

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

BƏZİ QEYRİ-XƏTTİ MƏXSUSİ QİYMƏT MƏSƏLƏLƏRİNİN HƏLLƏRİNİN SONSUZLUQDAN QLOBAL BİFURKASIYASI

İxtisas: 1202.01- Analiz və funksional analiz

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Natəvan Əmrah qızı Mustafayeva**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı-2021

Dissertasiya işi Gəncə Dövlət Universitetinin "Riyazi analiz" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: f.-r.e.d., professor **Ziyatxan Seyfəddin oğlu Əliyev**

Rəsmi opponətlər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

Hidayət Məhəmməd oğlu Hüseynov

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dosent

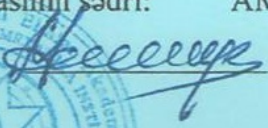
Telman Bensər oğlu Qasimov

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent

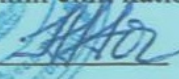
Elnur Həsən oğlu Xəlilov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04
Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri: AMEA-nın müxbir üzvü, professor

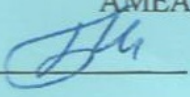

Misir Cumail oğlu Mərdanov

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f.r.e.n.


Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev

Elmi seminarın sədri:

AMEA-nın müxbir üzvü, professor


Bilal Telman oğlu Bilalov

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin bifurkasiyası nəzəriyyəsi qeyri-xətti analizin ən mühüm bölmələrindən biridir. Qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin bifurkasiyasının tədqiqi mühüm tətbiqi əhəmiyyət kəsb edir, çünki bu tip məsələlər təbiətşünslığın bütün sahələrində meydana çıxır: məsələn, rəqslər nəzəriyyəsində, istilik konveksiyasında, hidrodinamikada, atom və kimya reaktor-larının kritik işləmə rejimi nəzəriyyəsində, kritik yükləmələr nəzəriyyəsində. Bu istiqamətdə geniş sinif qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələləri üçün fundamental nəticələr əldə olunmuşdur.

M.A. Krasnoselskinin¹ və P.H. Rabinoviçin² işlərində sıfırdan və sonsuzluqda diferensiallanan tamam kəsilməz operatorlu qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin lokal və global bifurkasiyası nəzəriyyəsi hazırlanmışdır. Sonralar A.P.Mahmudov və Z.S.Əliyev³ tərəfindən P.H.Rabinoviçin² nəticələri sıfırdan differensiallanmayan qeyri-xətti həyəcanlanmalara malik qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələləri üçün inkişaf etdirilmişdir.

Şturm-Liuvill tənliyi üçün qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin sıfırdan bifurkasiyasına əvvəllər P.H.Rabinoviç², H.Berestiçki⁴ və B.P.Rinni⁵ tərəfindən baxılmışdır. Bu müəlliflər isbat etmişlər ki, baxılan məsələlərin həlləri çoxluğunun $R \times C^1$ -də

¹ Красносельский, М.А. Топологические методы в теории нелинейных интегральных уравнений/М.А.Красносельский.—Москва—Ленинград: Гостехиздат, — 1956. — 392 с.

² Rabinowitz, P.H. Some global results for nonlinear eigenvalue problems// Journal of Functional Analysis, — 1971. v.7, №3, — p. 487–513

³ Махмудов А.П., Алиев З.С. Некоторые глобальные результаты для нелинейных спектральных задач Штурма-Лиувилля четвертого порядка //—Москва: Дифференциальные уравнения, —1993. т. 29, № 8, — с. 1330–1339.

⁴ Berestycki, H. On some nonlinear Sturm-Liouville problems// Journal of Differential Equations, — 1977. v. 26, № 3, — p. 375–390

⁵ Rynne, B.P. Bifurcation from zero or infinity in Sturm-Liouville problems which are not linearizable // Journal of Mathematical Analysis and Applications, — 1998. v. 228, № 1, — p. 141–156

adi osilyasiya xassələrinə malik və trivial həllər əyrisinin xətti məsələlərin məxsusi ədədlərini özündə saxlayan nöqtələrindən və parçalarından budaqlanan iki sinif qeyri-məhdud kontinuumları mövcuddur. Qeyri-xətti Şturm-Liuvill məsələlərinin həllərinin sonsuzluqdan bifurkasiyası P.H. Rabinoviç⁶ və B.P. Rinni⁵ tərəfindən öyrənilmişdir. Bu müəlliflər $R \times C^1$ -də baxılan məsələlərin həlləri çoxluğunun $R \times \{\infty\}$ -un nöqtələrindən və parçalarından budaqlanan və onların ətrafında adi osilliyasiya xassələrinə malik qeyri-məhdud kontinuumlarının varlığını göstərmişlər.

Dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələləri müxtəlif qoyuluşlarda bir çox işlərdə baxılmışdır. Bu işlərdən çoxu həllərin bifurkasiyasının müsbət və mənfi funksiyalar sinfində tədqiqinə həsr olunmuşdur. Qeyd edək ki, dördüncü tərtib qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərində həllərin osilyasiya xassələri həllərin kontinuumları boyunca saxlanılır. Ona görə də P.H. Rabinoviçin⁶ və H. Berstiçkinin yuxarıda qeyd olunan işlərindəki üsullarla qlobal kontinuumların strukturlarını və özlərin aparmalarını tədqiq etmək mümkün olmurdu. Z.S.Əliyevin⁷ bu yaxınlarda çap olunmuş işində tamamilə requlyar sərhəd şərtlə dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərin həllərinin sıfırdan bifurkasiyası tam tədqiq olunmuşdur. Bu işdə osilliyasiya xassələrin saxlanması üçün Prüfer tipli çevirmədən istifadə olunaraq $R \times C^3$ -də uyğun xətti məsələnin məxsusi funksiyalarının və onların törəmələrinin osilliyasiya xassələrinə malik olan funksiyalar sinifləri qurulmuş və həllər çoxluğunun bu siniflərdə yerləşən və trivial həllər əyrisinin nöqtələrindən və parçalarından budaqlanan qeyri-məhdud kontinuumlarının varlığı isbat edilmişdir.

⁶ Rabinowitz, P.H. On bifurcation from infinity//Journal of Differential Equations, – 1973. v.14, no. 3, – p. 462–475

⁷ Алиев, З.С. О глобальной бифуркации решений некоторых нелинейных задач на собственные значения для обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка //– Москва: Математический сборник, – 2016. т. 207, № 12, – с. 3–29

Yuxarıda şərh olunanlara əsasən dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin sonsuzluqdan bifurkasiyası demək olar ki, tədqiq olunmamışdır. Odur ki, bu məsələlərin həllərinin asimptotik bifurkasiya nöqtələrinin strukturunun və bu nöqtələrdən budaqlanan kontinuumların strukturlarının və özlərini aparmalarının öyrənilməsi aktualdır.

Tədqiqatın obyektı və predmeti. Banax və hilbert fəzalarında xəttiləşməyən qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin global bifurkasiyasının tədqiqi; tamam requlyar sərhəd şərtlı dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin $R \times \{\infty\}$ -dan budaqlanan kontinuumlarının özlərini aparmalarının tədqiqi.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Banax və hilbert fəzalarında qeyri-xətti xəttiləşməyən məxsusi qiymət məsələlərinin həllinin sonsuzluqdan global bifurkasiyanın öyrənilməsi, tamam requlyar sərhəd şərtlı dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin $R \times \{\infty\}$ -dan budaqlanan həllərinin kontinuumlarının özlərini aparmalarının öyrənilməsi.

Tədqiqatın metodları. İşdə funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz, operatorlar nəzəriyyəsi, diferensial tənliklər nəzəriyyəsi, spektral analiz, diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsi, topologiya, qeyri-xətti analiz və bifurkasiya nəzəriyyəsi metodlarından istifadə edilmişdir

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar. Aşağıdakı müddəalar müdafiəyə çıxarılır:

- banax və hilbert fəzalarında xəttiləşməyən məxsusi qiymət məsələlərinin asimptotik bifurkasiya parçalarını müəyyənləşdirmək, həllərinin asimptotik bifurkasiya parçalarından budaqlanan global kontinuumlarının özlərini aparmasını öyrənmək;

- dördüncü tərtib tamam requlyar Şturm sistemi üçün xəttiləşən məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin sonsuzluqdan global bifurkasiyasını öyrənmək və bu halda həllərin global kontinuumlarının özlərini aparmasının bütün mümkün hallarını göstərmək;

– dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin müəyyən osillyasiya sinfinə görə bifurkasiya parçalarını müəyyənləşdirmək, həllərinin qlobal kontinuumlarının özlərini aparmalarını tədqiq etmək.

Elmi yeniliklər. Dissertasiya işində aşağıdakı elmi yeniliklər alınmışdır:

– banax və hilbert fəzalarında xəttilləşməyən qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin asimptotik bifurkasiya nöqtələrinin strukturu öyrənilmiş, sonsuzluqdan budaqlanan qeyri-məhdud əlaqəlilik komponentinin, özünü aparması tədqiq edilmişdir;

– tamam requlyar sərhəd şərtli dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün xəttilləşən məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin həm sonsuzluqdan, həm də sıfırdan və sonsuzluqdan budaqlanan kontinuumlarının özlərini aparmaları və strukturu öyrənilmişdir;

– tamam requlyar sərhəd şərtli dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün xəttilləşməyən məxsusi qiymət məsələlərinin asimptotik bifurkasiya nöqtələrinin strukturu öyrənilmiş, həllərinin asimptotik bifurkasiya parçalarından budaqlanan əlaqəlilik komponentlərinin özünü aparmaları və strukturu öyrənilmişdir.

İşin nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiya işi nəzəri xarakter daşıyır. Alınan nəticələr diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin müxtəlif məsələlərində, qeyri-xətti analiz, bifurkasiya nəzəriyyəsi, mexanika və fizikanın bir çox məsələlərinin öyrənilməsində istifadə oluna bilər.

Aprobasiya və tətbiqi. Dissertasiyanın əsas nəticələri Gəncə Dövlət Universitetinin “Riyazi analiz” kafedrasında (rəhbər dos. A.M. Hüseynov), Bakı Dövlət Universitetinin “Riyazi analiz” kafedrasında (rəhbər prof. S.S.Mirzəyev), AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun “Diferensial tənliklər” şöbəsinin seminarında (rəhbər prof. Ə.B.Əliyev) müzakirə edilmiş və eləcə də “Riyazi analiz, diferensial tənliklər və onların tətbiqi” beynəlxalq konfransında (MADEA-7, Bakı 2015), “Riyaziyyatın nəzəri və tətbiqi problemləri” Sumqayıt Dövlət Universitetinin 55 illiyinə həsr olunmuş beynəlxalq elmi konfransında (Sumqayıt, 2017),

Beynəlxalq (51-ci Ümumrusiya) gənclər məktəb konfrasında (Ekaterinburq, Rusiya 2020) məruzə edilmişdir.

İddiaçının şəxsi töhvəsi tədqiqat obyektinin məqsədini hazırlanmasıdır. Bundan əlavə, alınan bütün nəticələr müəllifə aiddir.

Nəşrlər. Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının tövsiyə etdiyi jurnallarda çap edilən işlərin sayı – 5, konfrans materialı – 2, məruzələrin xülasəsi – 1.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Gəncə Dövlət Universitetinin “Riyazi analiz” kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi.

Dissertasiya işi giriş, üç fəsildən, nəticə (titul səhifəsi–405 işarə, mündəricat – 2460 işarə, giriş – 48000 işarə, I fəsil -62000 işarə, II fəsil–46000, III fəsil -44000, nəticə–1133 işarə) və 83 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiya işinin ümumi həcmi–203998 işarədir.

DISSERTASIYANIN MƏZMUNU

Dissertasiya işi girişdən, üç fəsildən, nəticə və 83 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Girişdə tədqiqatın mövzusunun aktuallığı əsaslandırılır və işlənmə dərəcəsi göstərilir, tədqiqatın məqsədi və vəzifələri verilir, elmi yenilikləri gətirilir, tədqiqatın nəzəri və praktik əhəmiyyəti qeyd olunur və işin aprobeasiyası haqqında məlumat verilir.

I fəsildə Hilbert fəzasında sonsuzluqda diferensiallan-mayan həyəcanlanmalara malik qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin sonsuzluqdan global bifurkasiyası tədqiq olunur. Bu fəsildə M.A.Krasnoselskinin və P.H. Rabinoviçin yuxarıda qeyd olunan nəticələri sonsuzluqda diferensiallanmayan həyəcanlanmalara malik qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələləri məsələləri üçün inkişaf etdirilir. Bu fəslin əsas nəticələri müəllifin [1, 2, 4] məqalələrində dərc edilmişdir.

1.1-də qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin bifurkasiya nəzəriyyəsiindən zəruri olan nəticələr şərh edilir.

1.2-də xəttiləşməyən məxsusi qiymət məsələlərinin sıfırdan bifurkasiyası öyrənilir.

1.3-də xəttiləşməyən məxsusi qiymət məsələlərinin sonsuzluqdan qlobal bifurkasiyası tədqiq olunur.

Tutaq ki, H – norması $\|\cdot\|$ olan həqiqi hilbert fəzası, $L: D(L) \subset H \rightarrow H - D(L)$ təyin oblastı H -da hər yerdə sıx olan xətti, aşağıdan məhdud, öz-özünə qoşma, kompakt rezolventli operatorudur. Qeyd edək ki, L operatorunun $\sigma(L)$ spektri diskretdir, hər bir məxsusi ədədi həqiqidir, izlələnmişdir, sonlu təkraralanma tərtibinə malikdir və onlar sonsuz azalmayan ardıcılıq əmələ gətirirlər.

Aşağıdakı qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələsinə baxaq:

$$Lu = \lambda u + F(\lambda, u) + G(\lambda, u), \quad (1)$$

burada $F: R \times H \rightarrow H$ və $G: R \times H \rightarrow H$ operatorları kəsilməzdirlər və aşağıdakı şərtləri ödəyirlər: elə $M > 0$ ədədi var ki,

$$\|F(\lambda, u)\| \leq M \|u\|, \quad \lambda \in R \text{ и } \|u\| > 1; \quad (2)$$

hər bir məhdud $\Lambda \subset R$ aralığı üçün $\lambda \in \Lambda$ -lara nəzərən müntəzəm olaraq

$$\|u\| \rightarrow \infty \quad \text{olduqda} \quad G(\lambda, u) = o(\|u\|) \quad \text{olur.} \quad (3)$$

$R \times H$ -da normanı aşağıdakı kimi təyin edək:

$$\|(\lambda, u)\| = \left\{ |\lambda|^2 + \|u\|^2 \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

$B_r(\lambda)$ ilə $R \times H$ -də mərkəzi $(\lambda, 0)$ nöqtəsində və radiusu r olan, B_r ilə isə H -də mərkəzi 0 -da və radiusu r olan açıq kürələri işarə edək.

Əgər (1) məsələsinin məsələnin elə $\{(\lambda_n, u_n)\}_{n=1}^{\infty} \subset R \times H$ həllər ardıcılığı varsa ki, $n \rightarrow \infty$ olduqda $\lambda_n \rightarrow \mu$ və $\|u_n\| \rightarrow \infty$ olur, onda (μ, ∞) nöqtəsinə (1) məsələsinin asimptotik bifurkasiya nöqtəsi və ya sonsuzluqdan bifurkasiya nöqtəsi deyilir.

B^∞ ilə asimptotik (1) məsələsinin asimptotik bifurkasiya nöqtələri çoxluğunu işarə edək.

Teorem 1. *Tutaq ki, $\mu \in \sigma(L)$ tək tərtibli, (2), (3) və*

$$\text{dist}\{\mu, \sigma(L) \setminus \{\mu\}\} > 2M \quad (4)$$

şərtləri ödənilir. Onda $B^\infty \cap (I_\mu \times \{\infty\}) \neq \emptyset$.

Lemma 1. *Əgər $(\lambda, \infty) \in B^\infty$, onda*

$$\text{dist}\{\lambda, \sigma(L)\} < M.$$

Nəticə 1. *Əgər $\mu \in \sigma(L)$ tək tərtibli, (4) şərti ödənilərsə, onda $B^\infty \cap ((I_\mu(\delta_{\mu,0}) \setminus I_\mu) \times \{\infty\}) = \emptyset$, burada $I_\mu(\delta_{\mu,0}) = [\mu - M - \delta_{\mu,0}, \mu + M + \delta_{\mu,0}]$, $\delta_{\mu,0} = (\text{dist}\{\mu; \sigma(L) \setminus \{\mu\}\} - 2M)/2$.*

Tutaq ki, $\mathfrak{T} \subset R \times H$ (1) məsələsinin trivial olmayan həllər çoxluğudur. $\mathfrak{T}_\mu^*$ ilə $\mathfrak{T}$ -nin $(\lambda, \infty) \in B^\infty \cap (I_\mu \times \{\infty\})$ bifurkasiya nöqtələrindən budaqlanan bütün $\mathfrak{T}_{\mu,\lambda}^*$ əlaqəlilik komponentlərinin birləşməsini işarə edək. Qeyd edək ki, $\mathfrak{T}_\mu^*$ çoxluğu $R \times E$ -də əlaqəli olmaya bilər, lakin $\mathfrak{T}_\mu = \mathfrak{T}_\mu^* \cup (I_\mu \times \{\infty\})$ çoxluğu $R \times E$ -də əlaqəlidir.

Hər bir $A \subset R \times E$ çoxluğu üçün $P_R(A)$ ilə A -nın R -ə, $P_E(A)$ ilə A -nın E -yə proyeksiyasını işarə edək.

Teorem 1-ə əsasən $\mathfrak{T}_\mu$ çoxluğu $I_\mu \times \{\infty\}$ parçasını özündə saxlayır və $R \times E$ -də qeyri-məhduddur. Bundan başqa aşağıdakı qlobal bifurkasiya teoremi doğrudur.

Teorem 2. *Tutaq ki, $\mu \in \sigma(L)$ tək tərtibli, (4) şərti ödənilir və*

$$(\lambda, u) \rightarrow \|u\|^2 F\left(\lambda, \frac{u}{\|u\|^2}\right) \quad \text{və} \quad (\lambda, u) \rightarrow \|u\|^2 G\left(\lambda, \frac{u}{\|u\|^2}\right)$$

operatorları L -kompaktdırlar. Bundan başqa, tutaq ki, $\Lambda \subset R$ elə parçadır ki, $I_\mu \subset \Lambda \subset I_\mu(\delta_{\mu,0})$ və C_μ çoxluğu $R \times E$ -də $I_\mu \times \{0\}$ parçasının elə ətrafıdır ki, $P_R(C_\mu) \subset \Lambda$ və $\text{dist}\{0, P_E(C_\mu)\} > 0$.

Onda ya (i) $\mathfrak{I}_\mu \setminus C_\mu$ çoxluğu $R \times E$ -də məhduddur, belə ki, bu halda $(\mathfrak{I}_\mu \setminus C_\mu) \cap \{(\lambda, 0) : \lambda \in R\} \neq \emptyset$, (ii) $\mathfrak{I}_\mu \setminus C_\mu$ çoxluğu $R \times E$ -də qeyri-məhduddur, belə ki, bu halda əgər $P_R(\mathfrak{I}_\mu \setminus C_\mu)$ çoxluğu R -də məhdud olarsa, onda $\mathfrak{I}_\mu$ digər $I_{\tilde{\mu}} \times \{\infty\}$ parçasını özündə saxlayır, burada $\mu \neq \tilde{\mu} \in \sigma(L)$.

İndi tutaq ki, $\mu \in \sigma(L)$ sadədir və $\vartheta \in D(L)$ ona uyğun normallaşmış məxsusi elementdir. Onda aşağıdakı hökm doğrudur.

Teorem 3. $\mathfrak{I}_\mu$ elə iki $\mathfrak{I}_\mu^+$ və $\mathfrak{I}_\mu^-$ altkontinuumlarına ayrıla bilər ki və $I_\mu \times \{\infty\}$ parçasının elə $Q_\mu \subset C_\mu$ ətrafı var ki, $(\lambda, u) \in \mathfrak{I}_\mu^+ (\mathfrak{I}_\mu^+) \cap Q_\mu$ və $(\lambda, u) \neq (\mu, \infty)$ olduqda $(\lambda, u) = (\lambda, \alpha\vartheta + w)$ olur, burada $\alpha > 0$ ($\alpha < 0$) və $|\alpha| \rightarrow \infty$ olduqda $|\lambda - \mu| = M + o(1)$ və $w = o(|\alpha|)$ olur.

Bu paraqrafda həm də alınan nəticələrin ikinci tərtib adi diferensial tənliklər üçün qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinə tətbiqi verilir.

II fəsildə tamam requlyar sərhəd şərtli dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün xəttiləşən məxsusi qiymət məsələlərinə baxılır. Burada həllər çoxluğunun həm asimptotik bifurkasiya nöqtələrindən, həm də eyni zamanda sıfırdan və sonsuzluqdan budaqlanan və bu bifurkasiya nöqtələrinin ətrafında adi osillyasiya xassələrinə malik iki sinif qeyri-məhdud kontinuumlarının varlığı göstərilir. Bu fəslin əsas nəticələri müəllifin [5, 7, 8] işlərində çap olunmuşdur.

2.1-də məsələnin qoyuluşu verilir və məsələ ilə bağlı bəzi tarixi qeydlər şərh edilir.

Aşağıdakı qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələsinə baxaq:

$$\begin{aligned} \ell(y) &\equiv (py'')'' - (qy')' + r(x)y = \\ &= \lambda \tau y + g(x, y, y', y'', y''', \lambda), \quad x \in (0, l), \end{aligned} \quad (5)$$

$$y'(0) \cos \alpha - (py'')(0) \sin \alpha = 0, \quad y(0) \cos \beta + Ty(0) \sin \beta = 0, \quad (6a)$$

$$y'(l) \cos \gamma + (py'')(l) \sin \gamma = 0, \quad y(l) \cos \delta - Ty(l) \sin \delta = 0, \quad (6b)$$

burada $\lambda \in R$ spektral parametrdir, $Ty \equiv (py'')' - qy'$, $p \in C^2[0, l]$, $q \in C^1[0, l]$, $r, \tau \in C[0, l]$, $p(x) > 0, q(x) \geq 0$, $\tau(x) > 0$, $x \in [0, l]$, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ həqiqi sabitlərdir, belə ki, $\alpha = \gamma = 0, \beta = \delta = \pi/2$ və $\alpha = \gamma = \beta = \delta = \pi/2$ halları istisna olmaqla $0 \leq \alpha, \beta, \gamma, \delta \leq \pi/2$ şərtini ödəyirlər. Qeyri-xətti g həddi $[0, l] \times R^5$ -də kəsilməzdir; bu funksiya aşağıdakı şərtlərdən ya birincisini, ya da hər ikisini ödəyir: hər bir məhdud $\Lambda \subset R$ aralığı üçün $x \in [0, l]$ və $\lambda \in \Lambda$ -ya nəzərən müntəzəm olaraq

$$\begin{aligned} & |u| + |s| + |v| + |w| \rightarrow \infty \text{ olduqda} \\ g(x, u, s, v, w, \lambda) &= o(|u| + |s| + |v| + |w|), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & |u| + |s| + |v| + |w| \rightarrow 0 \text{ olduqda} \\ g(x, u, s, v, w, \lambda) &= o(|u| + |s| + |v| + |w|) \text{ olur.} \end{aligned} \quad (8)$$

Əgər g qeyri-xətti həddi yalnız (8) şərtini ödəyərsə, onda sıfırdan bifurkasiyaya baxılır. A.Ç.Lazer və P.J. Makkennan⁸, R.Ma və B.Tompson⁹ tərəfindən (5)-(6) məsələsi üçün P.H. Rabinoviçin² aldığı nəticələrə oxşar nəticələr $q \equiv 0, \alpha = \gamma = \pi/2, \beta = \delta = 0$ və g həddi $y = 0$ -da $g(y) = o(|y|)$ şəklində kiçiklik şərtini ödədikdə alınmışdır. Həmin şərtlər onlara osillyasiya xassələrinin saxlanılmasına imkan vermişdir. Z.S.Əliyev⁷ isə $r \equiv 0$ olduqda (5)-(6) məsələsinin (8) şərti daxilində qlobal bifurkasiyasını tam tədqiq etmişdir. Bu məsələnin həllərinin bifurkasiyasının araşdırılması üçün o Prüfer tipli çevirmədən istifadə edərək (5)-(6) məsələsindən $r \equiv 0$ və $g \equiv 0$ olduqda alınan xətti məsələnin məxsusi funksiyalarının və onların törəmələrinin osillyasiya xassələrinə malik iki funksiyalar

⁸ Lazer, A.C., McKenna, P.J. Global bifurcation and a theorem of Tarantello // Journal of Mathematical Analysis and Applications, – 1994. v.181, no. 3, – p. 648–655.

⁹ Ma, R., Tompson, B. Nodal solutions for a nonlinear fourth order eigenvalue problem // Acta Mathematica Sinica, English Series, – 2008. v.24, no.1, – p. 27–34.

sinifləri qurmuşdur. O həm də həllər çoxluğunun bu siniflərdə yerləşən iki qeyri-məhdud kontinumlar ailəsinin varlığını göstərmişdir.

Əgər yalnız (7) şərti ödənilərsə, onda sonsuzluqdan bifurkasiyaya baxılır. Şturm-Liuvill tənliyi üçün analoji məsələ P.H.Rabinoviç⁶ tərəfindən tədqiq edilmişdir. Qeyd edək ki, yalnız İ.Prjibiçin¹⁰ xüsusi sinif dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin sonsuzluqdan bifurkasiyası üçün P.H.Rabinoviçin⁶ nəticələrinə oxşar nəticələr almışdır. Qeyd edək ki, onun işində g qeyri-xətti həddi sonsuzluqda $g(x, y, s, \theta, \lambda) = o(|y|)$ şəklində kiçiklik şərtini ödəyir.

Bu fəslin əsas məqsədi (5)-(6) məsələsinin aşağıdakı hallarda global bifurkasiyasını öyrənməkdir: (i) yalnız (7) şərti ödənilir; (ii) (7) və (8) şərtləri eyni zamanda ödənilir.

2.2 -də bəzi köməkçi təkliflər verilir.

Tutaq ki, $E = C^3[0, l] \cap B.C.$ norması

$$\|u\|_3 = \|u\|_\infty + \|u'\|_\infty + \|u''\|_\infty + \|u'''\|_\infty, \|u\|_\infty = \max_{x \in [0, l]} |u(x)|,$$

olan banax fəzasıdır. Z.S. Əliyev⁷ -də olduğu kimi hər bir $k \in \mathbb{N}$ və hər bir $\nu \in \{+, -\}$ üçün S_k^ν ilə E -dən olan elə funksiyalar çoxluğunu işarə edək ki, bu funksiyalar (5)-(6) məsələsindən $r \equiv 0$ və $g \equiv 0$ olduqda alınan xətti məsələnin məxsusi funksiyalarının və onların törəmələrinin osillyasiya xassələrinə malik olsunlar.

Qeyd edək ki, Z.S.Əliyevin yuxarıda qeyd olunan işində göstərilmişdir ki,

$$\begin{cases} \ell(y) = \lambda \tau y, & x \in (0, l), \\ y \in B.C., \end{cases} \quad (9)$$

məsələsinin məxsusi ədədləri həqiqidirlər, sadədirlər və sonsuz artan

¹⁰ Przybycin J. Some applications of bifurcation theory to ordinary differential equations of the fourth order // Annales Polonici Mathematici, – 1991. v. 53, no. 2, – p. 153–160

$\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$ ardıcılığını əmələ gətirirlər, burada $B.C.$ ilə (6) şərtlərini ödəyən funksiyalar çoxluğu işarə olunmuşdur; hər bir $k \in \mathbb{N}$ üçün λ_k ədədinə uyğun $y_k(x)$ məxsusi funksiyası S_k çoxluğunda yerləşir ($y_k(x)$ -in $(0, l)$ -də düz $k - 1$ sayda sadə sıfırı var).

C ilə (5)-(6) məsələsinin həlləri çoxluğunu işarə edək və tutaq ki, $D \subset C$. Əgər elə $\{(\lambda_n, u_n)\}_{n=1}^{\infty} \subset D$ ardıcılığı varsa ki, $\lambda_n \rightarrow \lambda$ və $\|u_n\|_3 \rightarrow \infty$ (uyğun olaraq $\|u_n\|_3 \rightarrow 0$) olsun, onda deyirlər ki, $D \subset C$ çoxluğu (λ, ∞) (uyğun olaraq $(\lambda, 0)$), $\lambda \in R$, nöqtəsini kəsir. Bundan başqa, əgər $\{(\lambda_n, u_n)\}_{n=1}^{\infty} \subset D$ ardıcılığını elə seçmək olarsa ki, hər bir $n \in \mathbb{N}$ üçün $u_n \in S_k^v$ olsun, onda deyirlər ki, $D \subset C$ çoxluğu (λ, ∞) (uyğun olaraq $(\lambda, 0)$) nöqtəsini $R \times S_k^v$, $k \in \mathbb{N}$ и $v \in \{+, -\}$, çoxluğu üzrə kəsir (bu halda həm də deyirlər ki, (λ, ∞) (uyğun olaraq $(\lambda, 0)$) nöqtəsi (5)-(6) məsələsinin $R \times S_k^v$ çoxluğu üzrə bifurkasiya nöqtəsidir).

Teorem 4. *Tutaq ki, (8) şərti ödənilir. Onda hər bir $k \in \mathbb{N}$ və hər bir $v \in \{+, -\}$ üçün (5)-(6) məsələsinin həllərinin $(\lambda_k, 0)$ nöqtəsini özündə saxlayan elə $\mathfrak{T}_k^v$ kontinuumu var ki, bu kontinuum $(R \times S_k^v) \cup \{(\lambda_k, 0)\}$ çoxluğunda yerləşir, $R \times E$ -də $(\lambda_k, 0)$ və (λ_k, ∞) nöqtələrini kəsir.*

2.3-də yalnız (7) şərti ödənilərkən (5)-(6) məsələsinin həllərinin asimptotik bifurkasiyası tədqiq olunur.

Bu fəslin əsas nəticələrindən biri aşağıdakı teoremdir.

Teorem 5. *Hər bir $k \in \mathbb{N}$ və hər bir $v \in \{+, -\}$ üçün C çoxluğunun (λ_k, ∞) nöqtəsini özündə saxlayan elə C_k^v əlaqəli komponenti var ki, bu komponent aşağıdakı xassələrə malikdir: (i) (λ_k, ∞) nöqtəsinin $R \times E$ -də elə Q_k ətrafı var ki, $Q_k \cap (C_k^v \setminus \{(\lambda_k, \infty)\}) \subset R \times S_k^v$; (ii) ya hər hansı $(k', v') \neq (k, v)$ üçün C_k^v kontinuumu $C_{k'}^{v'}$ kontinuumunu $R \times S_{k'}^{v'}$ çoxluğu üzrə kəsir, ya hər*

hansı $\lambda \in R$ üçün C_k^ν kontinuumu $(\lambda, 0)$ nöqtəsini kəsir, ya da $P_R(C_k^\nu)$ çoxluğu R -də qeyri-məhdududur.

Qeyd 1. Teorem 5-də $C_k^\nu \subset (R \times S_k^\nu) \cup \{(\lambda_k, \infty)\}$ münasibətinin ödənilməsi hökm olunmur.

Qeyd 2. Əgər hər bir $\lambda \in R$ üçün elə $x \in (0, l)$ nöqtəsi varsa ki, $g(x, 0, 0, 0, 0, \lambda) \neq 0$ olsun, onda teorem 5-in (ii) hökmü ödənilmir.

Əgər g funksiyası üzərinə əlavə şərtlər qoysaq, onda (5)-(6) məsələsinin həllərinin strukturunu daha dərinlən tədqiq etmək olar.

Nəticə 2. *Tutaq ki, g funksiyası*

$$g(x, u, s, \vartheta, w, \lambda) = g_1(x, u, s, \vartheta, w, \lambda)u + g_2(x, u, s, \vartheta, w, \lambda)s + \\ g_3(x, u, s, \vartheta, w, \lambda)\vartheta + g_4(x, u, s, \vartheta, w, \lambda)w,$$

şəklində göstərilə bilər, burada g_1, g_2, g_3 və g_4 funksiyaları $(u, s, \vartheta, w) = (0, 0, 0, 0)$ nöqtəsində kəsilməzdir. Onda $C_k^\nu \setminus Q_k$ çoxluğunun elə altkontinuumu var ki, bu altkontinuum $R \times S_k^\nu$ -də yerləşir və bundan başqa, ya $R \times E$ -də qeyri-məhdududur, ya da $\mathfrak{R} = \{(\lambda, 0) \in \lambda \in R\}$ çoxluğunu kəsir.

Nəticə 3. *Əgər g nəticə 2-dəki kimidirsə, $g_i(x, 0, 0, 0, 0, \lambda) = 0$, $i = 1, 2, 3, 4$, və C_k^ν komponenti $\mathfrak{R}$ -i kəsirsə, onda C_k^ν və $\mathfrak{R}$ çoxluqlarının kəsişmə nöqtəsi $(\lambda_k, 0)$ -dir.*

2.4-də (5)-(6) məsələsinin sıfırdan və sonsuzluqdan bifurkasiyası eyni zamanda tədqiq olunur. Əgər (7) və (8) şərtləri eyni zamanda ödənilərsə, onda biz teorem 4 və 5-in hökmlərini aşağıdakı kimi gücləndirə bilərik.

Teorem 6. *Əgər (7) və (8) şərtləri ödənilərsə, onda hər bir $k \in \mathbb{N}$ və hər bir $\nu \in \{+, -\}$ üçün $C_k^\nu \subset R \times S_k^\nu$ münasibəti doğrudur və teorem 5-in (i) hökmü ödənilmir. Bundan başqa, əgər $\mathfrak{T}_k^\nu$ hər hansı $\lambda \in R$ üçün (λ, ∞) nöqtəsini kəsirsə, onda $\lambda = \lambda_k$. Analoji*

olaraq, C_k^ν hər hansı $\lambda \in R$ üçün $(\lambda, 0)$ nöqtəsini kəsirsə, onda $\lambda = \lambda_k$.

Təbii sual meydana sıxır: $\mathfrak{I}_k^\nu$ və C_k^ν çoxluqları kəsişirləmi? Bu paragrafda uyğun misallarla göstərilir ki, bu çoxluqlar kəsişə də bilər, kəsişməyə də bilər.

III fəsildə (5)-(6) məsələsinin sonsuzluqdan bifurkasiyası qeyri-xətti hədd sonsuzluqda differensiallanmayan olduqda tədqiq olunur. Bu fəslin əsas nəticələri müəllifin [3, 5, 6] məqalələrində dərc edilmişdir.

3.1-də məsələnin qoyuluşu verilir və bəzi tarixi qeydlər şərh olunur.

Aşağıdakı

$$\ell(y) = \lambda \tau y + h(x, y, y', y'', y''', \lambda), \quad x \in (0, l), \quad (10)$$

tənliyi və (6) sərhəd şərtləri ilə verilən qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələsinə baxaq, burada tənliyin $p(x)$, $q(x)$, $r(x)$, $\tau(x)$ əmsalları və sərhəd şərtlərindəki α , β , γ , δ sabitləri onlar üzərinə II fəsildə qoyulan şərtləri ödəyirlər. h qeyri-xətti həddi $h = f + g$ şəklindədir, burada f və g funksiyaları $[0, l] \times R^5$ -də kəsilməzdirlər, g funksiyası (7) şərtini, f funksiyası isə aşağıdakı şərti ödəyir: elə $M > 0$ və kifayət qədər böyük $c_0 > 0$ ədədləri var ki,

$$\begin{aligned} |f(x, u, s, \vartheta, w, \lambda)/y| &\leq M, x \in [0, l], u, s, \vartheta, w \in R, \\ |u| + |s| + |v| + |w| &\geq c_0, \lambda \in R. \end{aligned} \quad (11)$$

Əgər $f, g \in C([0, l] \times R^5)$, g funksiyası (11) şərtini, f funksiyası isə

$$\begin{aligned} |f(x, u, s, \vartheta, w, \lambda)/y| &\leq M, x \in [0, l], u, s, \vartheta, w \in R, \\ |u| + |s| + |v| + |w| &\leq 1, \lambda \in R, \end{aligned} \quad (12)$$

şərtini ödəyirsə, onda sıfırdan bifurkasiyaya baxacağıq.

Z.S. Əliyevin yuxarıda qeyd olunan işində $r \equiv 0$ halında (10), (6) məsələsinin (8) və (12) şərtləri ödəndikdə həllərinin global bifurkasiyası tədqiq olunmuşdur. Orada göstərilmişdir ki, bu məsələnin həllərinin $R \times S_k^\nu$ siniflərində yerləşən və trivial həllər

əyrisinin parçalarından budaqlanan iki sinif qeyri-məhdud kontinuumlar ailəsi mövcuddur.

Əgər (7) və (11) şərtləri ödənilərsə, onda biz sonsuzluqdan bifurkasiyaya baxacağıq. Yada salaq ki, Şturm-Liuvill tənliyi üçün analogi məsələlərə əvvəllər J.Prjibiçin¹¹ işində və B.P.Rinninin yuxarıda qeyd olunan işində baxılmışdır. Baxılan məsələlər üçün bu müəlliflər göstərmişlər ki, bu məsələlərin həlləri çoxluğunun $R \times \{\infty\}$ -un parçalarından budaqlanan və bu parçaların ətrafında adi osillysiya xassələrinə malik qeyri-məhdud kontinuumları mövcuddur.

Bu fəslin əsas məqsədi (7) və (11) şərtləri ödəndikdə (10), (6) məsələsinin həllərinin sonsuzluqdan bifurkasiyasını tədqiq etməkdir.

3.2-də bəzi köməkçi hökmlər isbat edilir. (10), (6) məsələsinin həllərinin sonsuzluqdan bifurkasiyasını tədqiq etmək üçün $y \rightarrow y/\|y\|_3^2$ çevirməsindən istifadə olunur. Qeyd edək ki, bu çevirmə sonsuzluqdan bifurkasiya məsələsi olan (10), (6) məsələsini sıfırdan bifurkasiya məsələsinə keçirir. Lakin bu halda $\{y \in E : |y| + |y'| + |y''| + |y'''| \geq c_0\}$ çoxluğu hər hansı kifayət qədər kiçik $r_0 > 0$ ədədi üçün $\{y \in E : |y| + |y'| + |y''| + |y'''| \leq r_0\}$ şəklində olan çoxluğa inikas olunmur. Ona görə də, Z.S.Əliyevin⁷ yuxarıda qeyd olunan işini sıfırdan bifurkasiya məsələsinə tətbiq etmək mümkün olmur. Bu məsələnin həlli üçün aşağıdakı nəticə isbat olunur.

Lemma 2. *Elə f^* və g^* kəsilməz funksiyaları var ki,*

$h = f^* + g^*$ və bu funksiyalar aşağıdakı şərtləri ödəyirlər:

$$\begin{aligned} |f^*(x, u, s, \vartheta, w, \lambda)/y| &\leq M, x \in [0, l], \\ (u, s, \vartheta, w, \lambda) &\in [0, l] \times R^5, u \neq 0; \end{aligned} \quad (13)$$

hər bir məhdud $\Lambda \subset R$ aralığı üçün $x \in [0, l]$ və $\lambda \in \Lambda$ -ya nəzərən müntəzəm olaraq

¹¹ Przybycin, J. Bifurcation from infinity for the special class of nonlinear differential equations // Journal of Differential Equations, – 1986. v. 65, no 2, – p. 235–239

$$|u| + |s| + |v| + |w| \rightarrow \infty \text{ olduqda}$$

$$g^*(x, u, s, v, w, \lambda) = 0 \quad (|u| + |s| + |v| + |w|) \text{ olur.} \quad (14)$$

Qeyd edək ki, əgər $\lambda = 0$ ədədi (9) məsələsinin məxsusi ədədi deyilsə, onda qeyri-xətti (10), (6) məsələsi aşağıdakı integral tənliyə gətirilir:

$$y(x) = \lambda \int_0^l K(x, t) \tau(t) y(t) dt + \int_0^l K(x, t) f^*(t, y(t) y'(t), y''(t), y'''(t), \lambda) dt + \int_0^l K(x, t) g^*(t, y(t) y'(t), y''(t), y'''(t), \lambda) dt. \quad (15)$$

Tutaq ki,

$$F^*(\lambda, y)(x) = \int_0^l K(x, t) f^*(t, y(t) y'(t), y''(t), y'''(t), \lambda) dt. \quad (16)$$

$$G^*(\lambda, y)(x) = \int_0^l K(x, t) g^*(t, y(t) y'(t), y''(t), y'''(t), \lambda) dt. \quad (17)$$

$F^* : R \times E \rightarrow E$ operatoru tamamilə kəsilməzdir, $G^* : R \times E \rightarrow E$ operatoru kəsilməzdir və hər bir məhdud $\Lambda \subset R$ aralığı üçün $\lambda \in \Lambda$ -ya nəzərən müntəzəm olaraq $\|y\|_3 \rightarrow \infty$ olduqda

$$G^*(\lambda, y) = o(\|y\|_3) \quad (18)$$

şərtini ödəyir. Bundan başqa,

$$H : (\lambda, y) \rightarrow \|y\|_3^2 G^*\left(\lambda, \frac{y}{\|y\|_3^2}\right), \quad H^*(\lambda, 0) = 0,$$

operatoru tamamilə kəsilməzdir.

(15)-(17) münasibətlərinə əsasən (10), (6) məsələsini aşağıdakı ekvivalent şəkildə yazmaq olar:

$$y = \lambda Ly + F^*(\lambda, y) + G^*(\lambda, y). \quad (19)$$

3.3-də (10), (6) məsələsinin həllərinin sonsuzluqdan bifurkasiyası tədqiq olunur.

(7) və (11) şərtləri ödənildikdə (10), (6) məsələsinin həllərinin sonsuzluqdan bifurkasiyasını tədqiq etmək üçün aşağıdakı

aproksimasiya olunmuş məsələyə baxaq:

$$\begin{cases} \ell(y) = \lambda \tau y + \frac{f^*(x, \|y\|_3^\varepsilon y, \|y\|_3^\varepsilon y', \|y\|_3^\varepsilon y'', \|y\|_3^\varepsilon y''', \lambda)}{\|y\|_3^{2\varepsilon}} + \\ + g^*(x, y, y', y'', y''', \lambda), x \in (0, l), y \in B.C., \end{cases} \quad (20)$$

burada $\varepsilon \in (0, l]$.

Lemma 3. *Tutaq ki, $\delta > 0$ kifayət qədər kiçik ədəddir. Onda hər bir $k \in \mathbb{N}$ üçün elə kifayət qədər böyük $R_k^* > 0$ ədədi var ki, hər bir verilmiş $\varepsilon \in (0, 1)$ üçün (20) məsələsinin $\text{dist}\{\lambda, I_k\} > \delta$, $y \in S_k^\nu$, $\nu \in \{+, -\}$ və $\|y\|_3 > R_k^*$ şərtlərini ödəyən trivial olmayan (λ, y) həlli yoxdur.*

Lemma 4. *Hər bir verilmiş kifayət qədər kiçiki $\varepsilon > 0$ ədədi üçün yelə kifayət qədər böyük $\rho_\varepsilon > 0$ ədədi var ki, bütün $\lambda \in \Lambda$ və $y \in E$, $\|y\|_3 > \rho_\varepsilon$ üçün*

$$|g^*(x, y, y', y'', y''', \lambda)| < \varepsilon \|y\|_3, x \in [0, l],$$

bərabərsizliyi ödənilir.

Tutaq ki, $p_0 = \min_{x \in [0, l]} p(x)$. $r_k, k \in \mathbb{N}$, ədədini aşağıdakı kimi təyin edək:

$$r_k = p_0^{-1} \{2 \|p\|_2 + \|q\|_1 + \|r\|_\infty + (\|\lambda_k\| + M/\tau_0 + 1) \|\tau\|_\infty + M/R_k^*\}.$$

Lemma 5. *Tutaq ki, $\delta > 0$ və $\varepsilon_k, k \in \mathbb{N}$, elə kifayət qədər kiçik ədəddir ki, $\varepsilon_k < \frac{p_0}{2le^{(r_k+1)l}}$. Onda hər bir $\varepsilon_k, k \in \mathbb{N}$,– üçün elə kifayət qədər böyük $R_k > \max\{R_k^*, \rho_{\varepsilon_k}\}$ ədədi var ki, (10), (6) (və ya (19)) məsələsinin $\text{dist}\{\lambda_{R,k}^\nu, I_k\} \leq \delta$, $\mathcal{G}_{R,k}^\nu \in S_k^\nu$, $\nu \in \{+, -\}$ və $\|\mathcal{G}_{R,k}^\nu\|_3 = R$ şərtlərini ödəyən $(\lambda_{R,k}^\nu, y_{R,k}^\nu)$ həlli var.*

Nəticə 4. (10), (6) məsələsinin $R \times S_k^\nu$ çoxluğu üzrə asimptotik bifurkasiya nöqtələri çoxluğu boş deyil. Bundan başqa,

əgər (λ, ∞) nöqtəsi $(10), (6)$ məsələsinin $R \times S_k^\nu$ çoxluğu üzrə bifurkasiya nöqtəsidirsə, onda $\lambda \in I_k$.

$(10), (6)$ məsələsinin trivial olmayan həlləri çoxluğunu D ilə işarə edək. Hər bir $k \in \mathbb{N}$ və hər bir $\nu \in \{+, -\}$ üçün D_k^ν ilə D çoxluğunun $I_k \times \{\infty\}$ parçasını $R \times S_k^\nu$ çoxluğu üzrə kəsən bütün əlaqəlilik komponentlərinin birləşməsini işarə edək. Qeyd edək ki, D_k^ν çoxluğu $R \times E$ -də əlaqəli olmaya bilər, lakin $D_k^\nu \cup (I_k \times \{\infty\})$ çoxluğu $R \times E$ -də əlaqəlidir.

Bu fəslin əsas nəticəsi aşağıdakından ibarətdir.

Teorem 7. *Hər bir $k \in \mathbb{N}$ və hər bir $\nu \in \{+, -\}$ üçün D_k^ν çoxluğu üçün aşağıdakı hökmlərdən biri doğrudur: (i) hər hansı $(k', \nu') \neq (k, \nu)$ üçün D_k^ν çoxluğu $I_{k'} \times \{\infty\}$ parçasını $R \times S_{k'}^{\nu'}$ çoxluğu üzrə kəsir; (ii) hər hansı $\lambda \in R$ üçün D_k^ν çoxluğu $\mathfrak{R}$ çoxluğunu kəsir; (iii) $P_R(D_k^\nu)$ çoxluğu qeyri-məhduddur. Bundan başqa, $D_k = D_k^+ \cup D_k^-$ üçün (ii) və (iii) ödənilmirsə, onda onun üçün (i) hər hansı $k' \neq k$ üçün ödənməlidir.*

NƏTİCƏ

Dissertasiya işində tamam requlyar sərhəd şərtli dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinə baxılır. Bu məsələlərin asimptotik bifurkasiya nöqtələrinin strukturu, həllərinin $R \times \{\infty\}$ -un nöqtələrindən və parçalarından budaqlanan qeyri-məhdud kontinuumlarının strukturu öyrənilir.

İşin mövzusu aktualdır, baxılan məsələlərə mexanikada və fizikada rast gəlinir.

Dissertasiya işində aşağıdakı nəticələr alınmışdır:

– bəzi xəttiləşməyən qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin asimptotik bifurkasiya nöqtələrinin strukturu öyrənilmiş,

sonsuzluqdan budaqlanan qeyri-məhdud əlaqəlilik komponentinin özünü aparması tədqiq edilmişdir;

– dördüncü tərtib, tamam requlyar sərhəd şərtlə adi diferensial tənliklər üçün xəttləşən məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin həm sonsuzluqdan, həm də sıfır və sonsuzluqdan budaqlanan kontinuumlarının özünü aparması və strukturu öyrənilmişdir;

– tamam requlyar sərhəd şərtlə dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün xəttləşməyən məxsusi qiymət məsələlərinin asimptotik bifurkasiya nöqtələrinin strukturu öyrənilmiş, həllərinin asimptotik bifurkasiya parçalarından budaqlanan əlaqəlilik komponentlərinin özünü aparması və strukturu öyrənilmişdir.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Aliyev, Z.S., Mustafayeva, N.A. Global bifurcation from infinity of some nonlinearizable eigenvalue problems//International Conference “Mathematical analysis, differential equations and their applications”, MADEA-7, –Baku:– 8–13 September, –2015, – p. 19.
2. Aliyev, Z.S., Mustafayeva, N.A. Bifurcation from infinity for some nonlinear eigenvalue problems which are not linearizable // – Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, ser. phys.–tech. math. sci., math., – 2015. v. 35, №4, – p.13–18.
3. Мустафаева, Н.А. Глобальная бифуркация решений из бесконечности некоторых нелинейных задач четвертого порядка // “Riyaziyyatın nəzəri və tətbiqi problemləri” Beynəlxalq Elmi Konfransının materialları, –Sumqayıt: –25–26 may, – 2017, – s.160–161.
4. Алиев З.С., Мустафаева, Н.А. Глобальная бифуркация решений из бесконечности для некоторых нелинейных задач на собственные значения//–Баку: Вестник Бакинского Университета, сер. физ.-мат. наук, – 2018. № 4, – с.1–4.
5. Aliyev, Z. S., Mustafayeva, N.A. Bifurcation of solutions from infinity for certain nonlinear eigenvalue problems of fourth order

ordinary differential equations // Electronic Journal of Differential Equations, – 2018. v. 2018, № 98, – p. 1–19.

6. Mustafayeva, N.A. On global bifurcation from zero and infinity in fourth order nonlinear eigenvalue problems // Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology and Economics, – 2018. v. 6, № 1, – p. 103–110.

7. Mustafayeva, N.A. Bifurcation from zero and infinity in nonlinear eigenvalue problems for ordinary differential equations of fourth order // Тезисы Международной (51-й Всероссийской) молодёжной школы-конференции “Современные проблемы математики и ее приложений”, – Екатеринбург: – 3–7 февраля, – 2020, – с. 43-44.

8. Mustafayeva, N.A. On global continua of solutions bifurcating from zero and infinity of some nonlinear fourth order eigenvalue problems//Transactions of NAS of Azerbaijan, ser. phys.–tech. math. sci., math., – 2020. v.40, №1, – p. 146-151.

Sonda elmi rəhbərim professor Ziyatxan S.Əliyevə məsələnin qoyuluşuna və daimi diqqətinə görə öz dərin təşəkkürümü bildirirəm.

Dissertasiyanın müdafiəsi **08 oktyabr 2021-ci il** tarixində **14⁰⁰-da** AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç, 9.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **03 sentyabr 2021-ci il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 30.06.2021
Kağızın formatı: 60x84 1/16
Həcm: 40000
Tiraj: 30