

AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

GÜLSÜM ALLAHYAR qızı AĞAYEVA

SONLU PARÇADA DƏYİŞƏN ƏMSALLI OPERATOR
TƏNLİKLƏR ÜÇÜN SƏRHƏD MƏSƏLƏLƏRİNİN
HƏLL OLUNMASI

1202.01 – Analiz və funksional analiz

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı - 2017

Dissertasiya işi **Bakı Dövlət Universitetinin «Riyazi analiz»** kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

Sabir Mirzəyev

Rəsmi opponentlər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof.
(AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu);
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
(Bakı Dövlət Universiteti).

Məmməd Bayramoğlu

Telman Qasımov

Aparıcı təşkilat:

Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universiteti

«Ümumi və tətbiqi riyaziyyat» kafedrası.

Dissertasiyanın müdafiəsi 16 iyun 2017-ci il saat 16⁰⁰-da Azərbaycan MEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində elmlər doktoru və fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün təqdim olunan dissertasiyaların müdafiəsini keçirən D.01.111 dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç. 9.

Avtoreferat 05 may 2017-ci il tarixində buraxılıb.

D.01.111 Dissertasiya Şurasının
elmi katibi

dos. Tamilla Həsənova

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. Dissertasiya işi elliptik tip, dəyişən əmsallı, ikitərtibli operator diferensial tənliklər üçün sonlu oblastda bəzi sərhəd məsələlərinin həll olunmasının tədqiqinə həsr olunmuşdur.

Operator-diferensial tənliklər nəzəriyyəsi müasir funksional analizin sürətlə inkişafda olan bir sahəsidir və o funksional analizin metodlarının xüsusi törəməli diferensial tənliklər nəzəriyyəsinə tətbiqi kimi meydana gəlmişdir. Sonralar operator-diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin metodlarını tətbiq etməklə riyazi analizin, riyazi fizikanın, mexikanın, texnikanın və s. bir çox məsələləri həll olunmuşdur. Bu nəzəriyyə bütün bu məsələlərə eyni bir nöqteyi-nəzərdən yanaşmağa və onların eyni bir metodla həll olunmasına imkan verir. Buna görə də son 60 ildə bu sahədə və onun tətbiqi sahələrində çoxlu sanballı nəticələr alınmışdır. Bu nəticələrin bir qismi E.Xille və R.Fillips, T.Kato, K.İosida, S.Q.Kreyn, J.L.Lions və E.Madjens, V.İ.Qobarçuk və M.L.Qorbaçuk, C.Y.Yakubov və Y.S.Yakubovun monoqrafiyalarında öz əksini tapmışdır.

Daha sonralar, bu nəzəriyyə özünün inkişafını bir çox riyaziyyatçıların işlərində o cümlədən A.A.Dezinin, A.Y.Dubinskiyin, M.Q.Qasimovun və onun tələbələrinin N.K.Romankonun, İ.N.Yurçukun, S.Y.Yakubovun və onun tələbələrinin, A.A.Şkalikovun, M.Bayramoğlunun, S.S.Mirzəyevin və onun tələbələrinin, H.İ.Aslanovun, Ə.M.Əhmədovun, A.R.Əliyevin və başqalarının işlərində tapmışdır.

Qeyd edək ki, elliptik tip istənilən tərtibli sabit əmsallı operator-diferensial tənliklər üçün yarımxətdə sərhəd məsələləri bir çox müəlliflər tərəfindən tədqiq edilmiş və son dərəcə əhəmiyyətli nəticələr alınmışdır. Bu sahədə S.S.Mirzəyevin nəticələrini qeyd edək. O, operator-diferensial tənliklərin baş hissəsindən istifadə edərək həqiqi dəyişənli parametrdən asılı müəyyən operator dəstəsi qurmuş və faktorizasiya metodunu təklif edərək Sobolev tipli fəzalarda aralıq törəmə operatorlarının normalalarının dəqiq qiymətləndirmiş və onların köməyi ilə sərhəd məsələləri üçün tamamilə yeni və dəqiq həll olunma şərtlərini tapmışdır. Təəssüf ki, faktorizasiya metodu sonlu oblast və dəyişən əmsallı tənliklər halında tətbiq edilə bilinmir. Buna görə də sonlu oblastda, əsasən, ikihədli operator-diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələləri S.Q.Kreyn, S.Q.Kreyn və Q.İ.Laptevin və s. işlərində tədqiq edilmişdir. Sonlu oblastda tam ikitərtibli operator-diferensial tənliklər üçün bəzi sərhəd məsələləri S.S.Mirzəyev və M.Y.Səlimov, M.Y.Səlimov, S.S.Mirzəyev və M.D.Karaslanın, M.D.Karaslanın işlərində tədqiq edilmişdir.

Qeyd edək ki, dəyişən əmsallı tənliklər üçün yarımoxda sərhəd məsələləri A.R.Əliyev, A.R.Əliyev və S.S.Mirzəyevin işlərində tədqiq edilmişdir. Bu işlərdə baş hissədəki skalyar funksiya yalnız və yalnız iki qiymət alır.

Sonlu oblastda dəyişən əmsallı tam operator tənliklər üçün sərhəd məsələləri, demək olarki, tədqiq edilməmişdir. Qeyd etmək lazımdır ki, xüsusi törəməli diferensial tənliklərin, mexanikanın, riyazi fizikanın bir çox məsələləri məhz sonlu oblastda ikitərtibli operator-diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin tədqiqinə gətirilir. Burada həll olma şərtlərinin operator əmsallarının vasitəsilə verilməsi çox əlverişlidir, belə ki, bu onları konkret məsələlərdə asanlıqla yoxlamağa imkan verir.

Burada Sobolev tipli fəzalarda aralıq törəmə operatorlarının normasının qiymətləndirilməsi kimi çətinlik meydana çıxır, ona görə də belə qiymətləndirmələrin alınması üçün yeni metodlar təklif olunur. Daha sonra isə bu qiymətləndirmələr sərhəd məsələlərinin həll olunma şərtləri ilə əlaqələndirilir. Qeyd edək ki, aralıq törəmələrin normalarının qiymətləndirilməsi özü də xüsusi riyazi əhəmiyyət kəsb edir və riyazi analizin bir çox məsələlərində geniş tətbiqə malikdir.

Qeyd etdiyimiz kimi yarımoxda tədqiq olunan sərhəd məsələlərində baş hissədəki skalyar funksiya yalnız iki müsbət qiymət alır. Dissertasiya işində isə həm də elə sərhəd məsələləri tədqiq edilir ki, bu funksiya müsbətlik, məhdudluq və ölçülənlik tələb olunur. Bütün bunlarla dissertasiya işinin aktuallığı əsaslandırılır.

İşin məqsədi.

1°. Abstrakt Sobolev tipli fəzalarda ikitərtibli elliptik tip dəyişən əmsallı tənliklər üçün sonlu parçada müxtəlif sərhəd məsələlərinin həll olunma şərtlərinin tapılması;

2°. Sobolev tipli fəzalarda aralıq törəmə operatorlarının normalarının sonlu parçada qiymətləndirmək və onların uyğun sərhəd məsələlərinin həll olunma şərtləri ilə əlaqəsini göstərmək;

3°. Dəyişən əmsallı, ikitərtibli bircins operator-diferensial tənliklər üçün sonlu oblastda sərhəd məsələlərinin həll olunmasının tədqiq edilməsi;

4°. Bircins tənliyin requlyar və ümumiləşmiş həllər fəzasının daxili kompaktlıq xassəsinin tədqiq olunması;

Tədqiqatın ümumi metodikası.

Dissertasiya işində Hilbert fəzasında qeyri məhdud operatorlar, məhdud operatorların yarımqruplar nəzəriyyəsinin, öz-özüne qoşma operatorların spektral nəzəriyyəsinin, abstrakt fəzalarda Furye çevirməsi nəzəriyyəsinin metodlarından istifadə edilmişdir.

Elmi yenilik:

1. İkitərtibli, dəyişən əmsallı elliptik tipli operator-tənliklər üçün sonlu parçada bəzi sərhəd məsələlərinin requlyar həll olunma şərtləri tapılmışdır.
2. İkitərtibli dəyişən əmsallı elliptik tipli operator-diferensial tənlik üçün bir sinif sərhəd məsələlərinin ümumiləşmiş həllinin varlığını və yeganəliyini təmin edən şərtlər tapılmışdır.
3. Abstrakt Sobolev tipli fəzalarda aralıq törəmə operatorlarının normaları tənliyin baş hissəsi ilə qiymətləndirilmiş, onların sərhəd məsələlərinin həll olunma şərtləri ilə əlaqəsi göstərilmişdir.
4. Dəyişən əmsallı ikitərtibli bircins operator-diferensial tənliklər üçün bəzi sərhəd məsələlərinin həll olunma şərtləri tapılmışdır.
5. İkinci tərtib dəyişən əmsallı bircins operator-diferensial tənliyin requlyar və ümumiləşmiş həllər fəzasının daxili kompaktlığını təmin edən şərtlər müəyyənəldirilmişdir.

Nəzəri və praktiki əhəmiyyəti.

Dissertasiya işində alınan nəticələr, əsasən, nəzəri xarakter daşıyır. Lakin alınan nəticələr xüsusi törəməli diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin bəzi sərhəd məsələlərinin tədqiqində, həmçinin mexanikanın və riyazi fizikanın müxtəlif məsələlərinin həllində tətbiq edilə bilər.

İşin aporabasiyası.

Dissertasiyanın əsas nəticələri Bakı Dövlət Universitetinin «Riyazi analiz», «Funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz», «Diferensial və integral tənliklər», «Tətbiqi riyaziyyat» kafedra-larında, AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun «Funksional analiz», «Qeyri harmonik analiz» şöbələrindəki seminarlarda, İdarə etmə nəzəriyyəsinin, topologiya və operatorlar nəzəriyyəsinin aktual problemləri (Bişkek, 2013), Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 55 illiyinə həsr olunmuş «Riyaziyyatın və mexanikanın aktual problemləri (Bakı, 2014) beynəlxalq konfranslarda, Azərbaycan xalqının Ümummilli lideri Heydər Əliyevin 92 illiyinə həsr olunmuş respublika konfransında (Bakı, 2015) və prof. Yəhya Cəfər oğlu Məmmədovun 85 illiyinə (Bakı, 2015) həsr olunmuş beynəlxalq konfransda məruzə və müzakirə edilmişdir.

Çap olunmuş elmi əsərlər.

Dissertasiyanın əsas nəticələri müəllifin 11 işində çap olunmuşdur. Bunların siyahısı avtoreferatın sonunda verilir.

Dissertasiya işi giriş, üç fəsil və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiyanın həcmi 134 səhifədən, ədəbiyyat siyahısı 73 adda ədəbiyyatdan ibarətdir.

İŞİN MƏZMUNU

Girişdə dissertasiya işi ilə bağlı işlərin qısa təhlili verilir, dissertasiyanın mövzusunun aktuallığı əsaslandırılır və əsas nəticələr şərh olunur.

Birinci fəsildə ikinci tərtib elliptik tip dəyişən əmsallı tənliklər üçün sonlu parçada bəzi sərhəd məsələlərinin requlyar həll olunması tədqiq olunur.

1.1-də tədqiqat aparılacaq funksional fəzalar daxil edilir, gələcəkdə istifadə olunacaq zəruri işarələmələr, tərif və faktlar verilir.

Tutaq ki, A seperabel H hilbert fəzasında təyin oblastı $D(A)$ olan öz-özünə qoşma müsbət müəyyən operatorudur. H_γ ($\gamma \geq 0$) ilə A operatorunun törətdiyi hilbert fəzalarının şkalasını işarə edək, yəni $H_\gamma = D(A^\gamma)$, $(x, y)_\gamma = (A^\gamma x, A^\gamma y)$, $\gamma > 0$, $\gamma = 0$ olduqda isə $H_0 = H$ qəbul edirik.

$L(X, Y)$ ilə X hilbert fəzasından Y hilbert fəzasına təsir edən xətti məhdud operatorlar fəzasını işarə edək.

$-\infty \leq a < b \leq +\infty$ olduqda $L_2((a, b): H)$ ilə (a, b) -də sanki hər yerdə təyin olunmuş, qiymətləri H -da olan, Boxner mənasında kvadrat ilə inteqrallanan bütün $f(t)$ vektor-funksiyalarının Hilbert fəzasını işarə edək, belə ki,

$$\|f\|_{L_2((a,b):H)} = \left(\int_a^b \|f\|^2 dt \right)^{1/2} < \infty.$$

Daha sonra

$$W_2^2((a,b):H) = \left\{ u : \frac{d^2 u}{dt^2} \in L_2((a,b):H), A^2 u \in L_2((a,b):H) \right\}$$

Hilbert fəzasını daxil edək, belə ki, burada norma

$$\|u\|_{W_2^2((a,b):H)} = \left(\left\| \frac{d^2 u}{dt^2} \right\|_{L_2((a,b):H)}^2 + \|A^2 u\|_{L_2((a,b):H)}^2 \right)^{1/2}$$

kimi təyin olunur.

Burada və gələcəkdə törəmələr ümumiləşmiş funksiyalar nəzəriyyəsi mənasında nəzərdə tutulur.

1.2-də aşağıdakı sərhəd məsələsinin həll olunması tədqiq olunur.

$$P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) = -\frac{d^2 u}{dt^2} + \rho(t)A^2 u(t) + A_1(t)\frac{du(t)}{dt} + A_2(t)u(t) = f(t),$$

$$t \in (0, T), T > 0, \quad (1)$$

$$u(0) = Su'(0), \quad u(T) = 0, \quad (2)$$

beləki, $f(t)$, $u(t)$ sanki hər yerdə $(0, T)$ intervalında təyin olunmuş qiymətləri H -da olan vektor-funksialardır, operator əmsallar isə aşağıdakı şərtləri ödəyir:

- 1) $A - H$ -da öz-özüə qoşma müsbət operatorudur;
- 2) $\rho(t)$ ədədi funksiyadır:

$$\rho(t) = \begin{cases} \alpha^2, & t \in (0, t_0), \\ \beta^2, & t \in (t_0, T), \quad 0 < t_0 < T, \end{cases}$$

Belə ki, $\alpha > 0, \beta > 0$;

- 3) $A_1(t), A_2(t)$ istənilən $t \in (0, T)$ üçün xətti operatorlardır, belə ki, $A_1(t)A^{-1}$ və $A_2(t)A^{-2}$ H -da məhduddur və

$$\sup_t \|A_1(t)A^{-1}\| < \infty, \sup_t \|A_2(t)A^{-2}\| < \infty;$$

- 4) $S : H_{1/2} \rightarrow H_{3/2}, S \in L(H_{1/2}, H_{3/2})$.

Tərif 1. Əgər $f(t) \in L_2((0, T): H)$ üçün elə $u(t) \in W_2^2((0, T): H)$ vektor funksiyası varsa ki, o, (1) tənliyini $(0, T)$ intervalında sanki hər yerdə ödəyir, onda ona (1) tənliyinin requlyar həlli deyilir.

Tərif 2. Əgər $f(t) \in L_2((0, T): H)$ üçün elə (1) tənliyinin requlyar $u(t)$ həlli varsa və (2) sərhəd şərtlərini

$$\lim_{t \rightarrow +0} \|u(t) - Su'(t)\|_{3/2} = 0, \lim_{t \rightarrow T-0} \|u(t)\|_{3/2} = 0,$$

yığılması mənadı ödəyirsə onda $u(t)$ -ni (1),(2) məsələsinin requlyar həlli adlandıracağıq.

Tərif 3. Əgər istənilən $f(t) \in L_2((0, T): H)$ üçün (1),(2) məsələsinin $u(t)$ requlyar həlli varsa və

$$\|u\|_{W_2^2((0, T): H)} \leq \text{const} \|f\|_{L_2((0, T): H)}$$

qiymətləndirilməsi doğrudursa, deyəcəyik ki, onda (1),(2) məsələsi requlyar həll olunandır.

Əvvəlcə

$$P_0 \left(\frac{d}{dt} \right) u(t) \equiv -\frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \rho(t) A^2 u(t) = f(t), \quad t \in (0, T), \quad (3)$$

$$u(0) = Su'(0), \quad u(T) = 0. \quad (4)$$

məsələsinin requlyar həll olunması tədqiq olunur.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 1. Tutaq ki, 1),2),4) şərtləri ödənilir və $H_{1/2}$ -də $\operatorname{Re} AS \geq 0$. Onda (3),(4) məsələsi requlyar həll olunandır.

$W_2^2((0,T):H)$ fəzasının

$$W_{2,s}^2((0,T):H) = \{u : u \in W_2^2((0,T):H), u(0) = Su'(0), u(T) = 0\}$$

alt fəzası təyin edilir və

$$P_0 u = P_0 \left(\frac{d}{dt} \right) u = - \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \rho(t) A^2 u(t), \quad u(t) \in W_{2,s}^2((0,T):H)$$

ilə işarə edək.

Aralıq törəmə operatorlarının normasının qiymətləndirilməsi haqqında aşağıdakı mühüm lemma isbat olunur.

Lemma 1. İstənilən $u \in W_{2s}^2((0,T):H)$ üçün aşağıdakı bərabərsizliklər doğrudur:

$$\|A^2 u\|_{L_2((0,T):H)} \leq \frac{1}{\min(\alpha^2, \beta^2)} \|P_0 u\|_{L_2((0,T):H)}$$

$$\left\| A \frac{du}{dt} \right\|_{L_2((0,T):H)} \leq \frac{1}{2 \min(\alpha, \beta)} \|P_0 u\|_{L_2((0,T):H)}$$

Teorem1 və lemma 1-dən istifadə edərək (1),(2) məsələsinin requlyar həll olunması haqqında aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem 2. Tutaq ki, 1)-4) şərtləri ödənilir, $H_{1/2}$ -də $\operatorname{Re} AS \geq 0$ və

$$\delta = \frac{1}{2 \min(\alpha, \beta)} \sup_t \|A_1(t) A^{-1}\| + \frac{1}{\min(\alpha^2, \beta^2)} \sup_t \|A_2(t) A^{-2}\| < 1. \quad (5)$$

bərabərsizliyi doğrudur. Onda (1),(2) məsələsi requlyar həll olunandır.

Xüsusi halda $\rho(t) \equiv 1$, $A_1(t) \equiv A_1$ və $A_2(t) \equiv A_2$ olduqda buradan S.S.Mirzəyevin və M.Y.Səlimovun nəticəsi alınır.

Qeyd edək ki, $S = 0$ olduqda teorem 2-nin bütün şərtləri ödəndikdə alırıq ki,

$$P \left(\frac{d}{dt} \right) u(t) = - \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \rho(t) A^2 u(t) + A_1(t) \frac{du(t)}{dt} + A_2(t) u(t) = f(t),$$

$$t \in (0, T), \quad (6)$$

$$u(0) = 0, \quad u(T) = 0. \quad (7)$$

məsələsi requlyar həll olunandır, lakin burada daha ümumi teorem

doğrudur.

Teorem 3. Tutaq ki, 1),3) şərtləri ödənilir, $\rho(t)$ ölçülən ədədi funksiyadır, belə ki, $0 < \alpha \leq \rho(t) \leq \beta < \infty$ və

$$\delta = \frac{1}{2\sqrt{\alpha}} \sup_t \|A_1(t)A^{-1}\| + \frac{1}{\alpha} \sup_t \|A_2(t)A^{-2}\| < 1. \quad (8)$$

bərabərsizliyi doğrudur. Onda (6),(7) məsələsi requlyar həll olunandır.

Teorem 3 aşağıdakı sərhəd məsələsinin öyrənilməsinə tətbiq edilir.

$Q = (0, \pi) \times (0, T)$ oblastında

$$\begin{aligned} P\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial t}\right)u(x, t) &= \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} + \rho(t) \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} + p(x, t) \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x \partial t} + \\ &+ q(x, t) \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = f(x, t), \quad (x, t) \in Q, \end{aligned} \quad (9)$$

$$u(x, 0) = u(x, T) = 0, \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad (10)$$

burada $f(x, t) \in L_2(Q)$, $0 < \alpha \leq \rho(t) \leq \beta < \infty$, $p(x, t), q(x, t) \in Q$ oblastında ölçülən və məhdud funksiyalardır.

Teorem 4. Tutaq ki, $\rho(t) [0, T]$ -də ölçülən funksiyadır, $0 < \alpha \leq \rho(t) \leq \beta < \infty$, $p(x, t)$ və $q(x, t)$ funksiyaları Q oblastında ölçülən məhdud funksiyalardır və

$$\frac{1}{2\sqrt{\alpha}} \sup_{(x, t) \in Q} |p(x, t)| + \frac{1}{\alpha} \sup_{(x, t) \in Q} |q(x, t)| < 1. \quad (11)$$

Onda istənilən $f(x, t) \in L_2(Q)$ üçün elə $u(x, t) \in W_{2,2}^2(Q)$ funksiyası vardır ki, o (9) tənliyini Q -də sanki hər yerdə ödəyir, Q -nün sərhədində (8) şərtləri ödənilir və

$$\|u(x, t)\|_{W_{2,2}^2(Q)} \leq \text{const} \|f(x, t)\|_{L_2(Q)}$$

qiymətləndirilməsi doğrudur.

1.3-də

$$\begin{aligned} P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) &\equiv -\frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \rho(t)A^2 u(t) + A_1(t) \frac{du(t)}{dt} + A_2(t)u(t) = f(t), \\ t &\in (0, T), \end{aligned} \quad (12)$$

$$u'(0) = Ku(0), \quad u'(T) = 0, \quad (13)$$

sərhəd məsələsinin requlyar həll olunması tədqiq olunur, burada $f(t), u(t)$ vektor-funksiyaları sanki hər yerdə $(0, T)$ intervalında təyin olunurlar, qiymətləri isə H dandır. Operator əmsalları 1)-3) şərtlərini ödəyir və

$$K \in L(H_{3/2}, H_{1/2})$$

Tərif 4. Əgər $f(t) \in L_2((0, T); H)$ üçün (12) tənliyinin $u(t)$ requlyar həlli varsa, və o, (13) sərhəd şərtlərini

$$\lim_{t \rightarrow +0} \|u'(t) - Ku(t)\|_{1/2} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow T-0} \|u'(t)\|_{1/2} = 0$$

yığılması mənadada ödəyirsə, onda $u(t)$ (12),(13) məsələsinin requlyar həlli adlanır.

Tərif 5. Əgər istənilən $f(t) \in L_2((0, T); H)$ üçün (12),(13) məsələsinin requlyar $u(t)$ həlli varsa və onun üçün

$$\|u\|_{W_2^2((0, T); H)} \leq \text{const} \|f\|_{L_2((0, T); H)}$$

qiymətləndirilməsi doğrudursa, onda deyəcəyik ki, (12),(13) məsələsi requlyar həll olunandır.

Əvvəlcə

$$P_0 \left(\frac{d}{dt} \right) u(t) \equiv -\frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \rho(t) A^2 u(t) = f(t), \quad t \in (0, T), \quad (14)$$

$$u'(0) = Ku(0), \quad u'(T) = 0 \quad (15)$$

sərhəd məsələsinə baxılır.

Teorem 5. Tutaq ki, 1),2) şərtləri ödənilir, $K \in L(H_{3/2}, H_{1/2})$ və $H_{3/2}$ -də $\text{Re } A^{-1}K \geq 0$. Onda (14),(15) məsələsi requlyar həll olunandır.

Daha sonra

$W_{2,K}^2((0, T); H) = \{u : u \in W_2^2((0, T); H), u'(0) = Ku(0), u(T) = 0\}$ fəzasında aralıq törəmələrin qiymətləndirilməsi alınır.

$$P_0 u = P_0 \left(\frac{d}{dt} \right) u(t) \equiv -\frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \rho(t) A^2 u(t), \quad u(t) \in W_{2,K}^2((0, T); H).$$

işarə edək .

Lemma 2. Tutaq ki, 1),2) şərtləri ödənilir, $K \in L(H_{3/2}, H_{1/2})$ və $H_{3/2}$ -də $\text{Re } A^{-1}K \geq 0$. Onda istənilən $u(t) \in W_{2,K}^2((0, T); H)$ üçün aşağıdakı bərabərsizliklər doğrudur:

$$\|A^2 u\|_{L_2((0, T); H)} \leq \frac{1}{\min(\alpha^2, \beta^2)} \|P_0 u\|_{L_2((0, T); H)},$$

$$\left\| A \frac{du}{dt} \right\|_{L_2((0, T); H)} \leq \frac{1}{2 \min(\alpha, \beta)} \|P_0 u\|_{L_2((0, T); H)}.$$

Daha sonra teorem 5 və lemma 2-dən istifadə edərək (12) (13) məsələnin requlyar həll olunması haqqında aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem 6. Tutaq ki, 1)-3) şərtləri ödənilir $K \in L(H_{3/2}, H_{1/2})$ belə ki, $H_{3/2}$ -də $\operatorname{Re} A^{-1}K \geq 0$ və (5) bərabərsizliyi doğrudur. Onda (12),(13) məsələsi requlyar həll olunandır.

$K = 0$ olduqda teoremdən aşağıdakı teorem alınır:

Teorem 7. Tutaq ki, 1),3) şərtləri ödənilir və (5) bərabərsizliyi ödənilir. Onda

$$P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) \equiv -\frac{d^2u}{dt^2} + \rho(t)A^2u(t) + A_1(t)\frac{du(t)}{dt} + A_2(t)u(t) = f(t), \quad (16)$$

$$u'(0) = 0, \quad u'(T) = 0. \quad (17)$$

məsələsi requlyar həll olunandır.

Qeyd edək ki, bu haldada daha ümumi teorem isbat olunur.

Teorem 8. Tutaq ki, 1),3) şərtləri ödənilir, $\rho(t)$ – ölçülən, məhdud skalyar funksiya, belə ki, $0 < \alpha \leq \rho(t) \leq \beta < \infty$. Əgər (8) bərabərsizliyi ödənərsə, onda (16),(17) məsələsi requlyar həll olunandır.

Sonra bu teorem (9)tənliyi üçün

$$u'_t(x,0) = u'_t(x,T) = 0, \quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0 \quad (18)$$

sərhəd məsələsinin həll olunmasına tətbiq olunur və isbat edilir ki, teorem 8-in şərtləri ödənilsə (9),(18) məsələsinin istənilən $f(x,t)$ üçün $u(x,t) \in W_{2,2}^2(Q)$ həlli var ki, onun üçün

$$\|u\|_{W_{2,2}^2(Q)} \leq \operatorname{const} \|f\|_{L_2(Q)}$$

qiymətləndirilməsi doğrudur.

1.4 periodik tip sərhəd məsələsinin tədqiqinə həsr olunmuşdur:

$$P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) = -\frac{d^2u(t)}{dt^2} + \rho(t)A^2u(t) + A_1(t)\frac{du}{dt} + A_2(t)u(t) = f(t), \quad (19)$$

$$t \in (0, T),$$

$$u(0) = e^{i\alpha}u(T), \quad u'(0) = e^{i\alpha}u'(T), \quad \alpha \in \mathbb{R}. \quad (20)$$

Qeyd edək ki, $\alpha = 2\pi k$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) olduqda periodik məsələ, $\alpha = \pi(2k + 1)$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) olduqda isə antiperiodik məsələ alınır.

Tərif 6. Əgər $f(t) \in L_2((0, T): H)$ üçün (19) məsələsinin $u(t)$ requlyar həlli varsa ki, o, (20) sərhəd şərtlərini

$$\lim_{t \rightarrow +0} \|u(t) - e^{i\alpha}u(T-t)\|_{3/2} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow +0} \|u'(t) - e^{i\alpha}u'(T-t)\|_{1/2} = 0,$$

yığılması mənada ödəyirsə, onda $u(t)$ (19),(20) məsələsinin requlyar həlli adlanır.

Tərif 7. Əgər istənilən $f(t) \in L_2((0,T):H)$ üçün (19),(20) məsələsinin $u(t)$ requlyar həlli varsa və onun üçün

$$\|u\|_{W_2^2((0,T):H)} \leq \text{const} \|f\|_{L_2((0,T):H)}$$

qiymətləndirməsi doğrudursa, onda (19),(20) məsələsi requlyar həll olunan məsələ adlanır.

Aşağıdakı teorem doğrudur:

Teorem 9. Tutaq ki, teorem 3-ün şərtləri ödənilir. Onda (19),(20) məsələsi requlyar həll olunandır.

Alınan nəticə (9) tənliyi üçün

$u(0,t) = u(\pi,t) = 0$, $u(x,0) = e^{i\alpha} u(0,T)$, $u'_t(x,0) = e^{i\alpha} u'_t(0,T)$, $\alpha \in R$ sərhəd məsələsinin həll olunmasına tətbiq edilir.

Dissertasiyanın **ikinci fəsl**i iki tərtibli, dəyişən əmsallı bircins tənlik üçün sərhəd məsələlərinin requlyar həllinin varlığı və requlyar həllər fəzasının daxili kompaktlıq xassəsinin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur.

2.1-də aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxılır:

$$P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) \equiv -\frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \rho(t)A^2 u + A_1(t)\frac{du}{dt} + A_2(t)u(t) = 0, \quad (21)$$

$$t \in (0,T),$$

$$u(0) - Su'(0) = \varphi_0, \quad u(T) = \varphi_1, \quad (22)$$

Burada $f(t)$ və $u(t)$ $(0,T)$ -dən olan sanki bütün qiymətlərində H -da olan vektor-funksiya, $\varphi_0, \varphi_1 \in H$, operator əmsallar isə 1.2-dəki 1)-4) şərtlərini ödəyirlər.

Tərif 8. Əgər istənilən $\varphi_0, \varphi_1 \in H_{3/2}$, üçün (21) tənliyi $u(t)$ requlyar həllinə malikdirsə, belə ki, o (22) sərhəd şərtlərini

$$\lim_{t \rightarrow +0} \|u(t) - Su'(t) - \varphi_0\|_{3/2} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow T-0} \|u'(t) - \varphi_1\|_{3/2} = 0$$

yığılması mənada ödəyirsə və

$$\|u\|_{W_2^2((0,T):H)} \leq \text{const} (\|\varphi_0\|_{3/2} + \|\varphi_1\|_{3/2})$$

qiymətləndirilməsi doğrudursa, onda (21),(22) məsələləri requlyar həll olunandır deyilir.

Teorem 10. Tutaq ki, teorem 2-nin şərtləri ödənilir. Onda (21)-(22) məsələsi requlyar həll olunandır.

Xüsusi halda $S=0$ olduqda, alırıq ki, (21) tənliyi üçün

$u(0) = \varphi_0$, $u(T) = \varphi_1$, sərhəd məsələsi requlyar həll olunandır. Qeyd edək ki, $0 < \alpha \leq \rho(t) \leq \beta < \infty$ olduqda burada daha ümumi teorem doğrudur.

Teorem 11. Tutaq ki, teorem 3-ün şərtləri ödənilir. Onda

$$P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) = 0, t \in (0, T), \quad (23)$$

$$u(0) = \varphi_0, u(T) = \varphi_1 \quad (24)$$

sərhəd məsələsi requlyar həll olunur.

Analoji olaraq

$$P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) \equiv -\frac{d^2u(t)}{dt^2} + \rho(t)A^2u(t) + A_1(t)\frac{du(t)}{dt} + A_2(t)u(t) = 0, \quad (25)$$

$$t \in (0, T),$$

$$u'(0) - Ku(0) = \varphi_0, u'(T) = \varphi_1. \quad (26)$$

sərhəd məsələsinin requlyar həll olunması tədqiq olunur.

Tərif 9. Əgər istənilən $\varphi_0, \varphi_1 \in H_{1/2}$ üçün (25) tənliyi $u(t)$ requlyar həllə malikdirsə, belə ki, (26) sərhəd şərtini

$$\lim_{t \rightarrow +0} \|u'(t) - Ku(t) - \varphi_0\|_{1/2} = 0, \lim_{t \rightarrow T-0} \|u'(t) - \varphi_1\|_{1/2} = 0$$

yığılması mənada ödəyirsə və

$$\|u\|_{W_2^2((0,T),H)} \leq \text{const}(\|\varphi_0\|_{1/2} + \|\varphi_1\|_{1/2})$$

qiymətləndirilməsi doğrudursa, onda deyəcəyik ki, (25),(26) məsələsi requlyar həll olunandır.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 12. Tutaq ki, teorem 6-nın bütün şərtləri ödənilir. Onda (25),(26) məsələsi requlyar həll olunandır.

Xüsusi halda $K = 0$ olduqda, alırıq ki, $P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) = 0, t \in (0, T),$

$u'(0) = \varphi_0, u'(T) = \varphi_1$ sərhəd məsələsi requlyar həll olunandır. Bu halda $\rho(t)$ ölçülən və məhdud olduqda daha ümumi teorem doğrudur.

Teorem 13. Tutaq ki, teorem 8-in bütün şərtləri ödənilir. Onda

$$P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) = 0, t \in (0, T)$$

$$u'(0) = \varphi_0, u'(T) = \varphi_1$$

məsələsi requlyar həll olunandır.

2.2-də

$$P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) \equiv -\frac{d^2u}{dt^2} + \rho(t)A^2u(t) + A_1(t)\frac{du(t)}{dt} + A_2(t)u(t) = 0, \quad (27)$$

$$t \in (0, T)$$

bircins tənliyinin requlyar həllər fəzasının daxili kompaktlıq xassəsi tədqiq olunur.

P.Laska əsaslanaraq əvvəlcə requlyar həllər fəzasının daxili kompaktlığı anlayışı verilir.

Qeyd edək ki,

$$KerP = \left\{ u : u \in W_2^2((0, T); H), P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) = 0 \right\}$$

xətti çoxluğu $W_2^2((0, T); H)$ fəzasında 1)-3) şərtləri və ya 1), 3) şərtləri ödə-nərsə $\rho(t)$ isə müsbət, məhdud ölçülən funksiya olduqda qapalı xətti fəzadır.

Tərif 10. Tutaq ki, $0 \leq a < a_1 < b_1 \leq T$ şərtləri ödəyən istənilən a, a_1, b, b_1 ədədləri və istənilən $M > 0$ ədədi üçün $R(M) = \{u : u \in KerP, \|u\|_{W_2^1((a, b); H)} \leq M\}$ çoxluğu $W_2^1((a_1, b_1); H)$ fəzasında kompaktdırsa, yəni $\|u\|_{W_2^1((a_1, b_1); H)}$ normasına görə kompaktdırsa, onda $KerP$ daxili kompakt fəza adlanır.

Aşağıdakı teorem isbat edilir.

Teorem 14. Tutaq ki, A^{-1} operatoru H -da tamam kəsilməzdir və teorem3-ün bütün şərtləri ödənilir. Onda requlyar həllər fəzası daxili kompaktdır.

2.3-də qeyri bircins tənlik üçün qeyri bircins sərhəd məsələləri öyrənilir.

Əvvəlcə

$$P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) \equiv -\frac{d^2u}{dt^2} + \rho(t)A^2u(t) + A_1(t)\frac{du(t)}{dt} + A_2(t)u(t) = f(t), \quad (28)$$

$$t \in (0, T),$$

$$u(0) - Su'(0) = \varphi_0, \quad u(T) = \varphi_1. \quad (29)$$

məsələsinə baxılır.

Tərif 11. Əgər istənilən $f(t) \in L_2((0, T); H)$ və ixtiyari $\varphi_0, \varphi_1 \in H_{3/2}$ üçün (28) tənliyinin $u(t)$ requlyar həlli (29)sərhəd şərtlərini

$$\lim_{t \rightarrow +0} \|u(t) - Su'(t) - \varphi_0\|_{3/2} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow T-0} \|u'(t) - \varphi_1\| = 0$$

yığılması mənada ödəyirsə və

$$\|u\|_{W_2^2((0,T);H)} \leq \text{const}(\|f\|_{W_2^2((0,T);H)} + \|\varphi_0\|_{3/2} + \|\varphi_1\|_{3/2})$$

qiymətləndirilməsi doğrudursa, onda deyəcəyik ki, (28),(29) məsələsi requlyar həll olunandır.

Teorem 15. Tutaq ki, teorem 2-nin şərtləri ödənilir. Onda (28),(29) məsələsi requlyar həll olunandır.

Analoji olaraq müxtəlif məsələlərin də requlyar həll olunması anlayışı vermək olar və aşağıdakı teoremlər isbat olunur.

Teorem 16. Tutaq ki, teorem 4-ün şərtləri ödənilir. Onda

$$P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) = f(t), \quad t \in (0, T),$$

$$u(0) = \varphi_0, \quad u(T) = \varphi_1, \quad \varphi_0, \varphi_1 \in H_{3/2}$$

məsələsi requlyar həll olunandır.

Teorem 17. Tutaq ki, teorem 6-nın şərtləri ödənilir. Onda

$$P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) = f(t), \quad t \in (0, T),$$

$$u'(0) - Ku(0) = \varphi_0, \quad u'(T) = \varphi_1$$

məsələsi requlyar həll olunandır.

Teorem 18. Tutaq ki, teorem 7-nin şərtləri ödənilir. Onda

$$P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) = f(t), \quad t \in (0, T),$$

$$u'(0) = \varphi_0, \quad u'(T) = \varphi_1$$

məsələsi requlyar həll olunandır.

Dissertasiyanın **üçüncü fəsl**i bir sinif sərhəd məsələsinin ümumiləşmiş həllinin varlığı, yeganəliyi, bircins tənliyin ümumiləşmiş həllər fəzasının daxili kompaktlıq xassəsinin tədqiqinə həsr olunub.

3.1-də

$$P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) = -\frac{d^2u(t)}{dt^2} + \rho(t)A^2u(t) + A_1(t)\frac{du(t)}{dt} + A_2(t)u(t) = f(t), \quad (30)$$

$$t \in (0, T)$$

$$u(0) = 0, \quad u(T) = 0, \quad (31)$$

sərhəd məsələsinin ümumiləşmiş həllinin varlığı və yeganəliyi tədqiq edilir. Burada sanki hər yerdə $t \in (0, T)$ üçün $f(t), u(t) \in H$, operator əmsallar isə aşağıdakı şərtləri ödəyir.

a) A -öz-özünə qoşma müsbət operatorudur;

b) $A_1(t), A_2(t)$ istənilən $t \in (0, T)$ üçün xətti operatorlardır, belə ki, $A_1(t)$ -nin $D(A)$ -da $A_1'(t)$ güclü törəməsi var ki, belə ki, $\sup_t \|A_1(t)A^{-1}\| < \infty$,

$$\sup_t \|A^{-1}A_1'(t)A^{-1}\| < \infty, \sup_t \|A^{-1}A_2(t)A^{-1}\| < \infty,$$

c) $\rho(t)$ ölçülən, məhdud funksiyadır və $0 < \alpha \leq \rho(t) < \beta < \infty$.

Aşağıdakı fəzaları təyin edək:

$$W_2^1((0, T); H) = \left\{ u : \frac{du}{dt} \in L_2((0, T); H), Au \in L_2((0, T); H) \right\},$$

$$W_2^1((0, T); H; 0, 0) = \{u : u \in W_2^1((0, T); H), u(0) = u(T) = 0\}$$

Burada norma

$$\|u\|_{W_2^1((0, T); H)} = \left(\left\| \frac{du}{dt} \right\|_{L_2((0, T); H)}^2 + \|Au\|_{L_2((0, T); H)}^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

kimi təyin olunur.

Tutaq ki, $D([0, T], H)$ -qiymətləri H -dan olan, sonsuz diferensiallanan və $[0, T]$ -də kompakt daşıyıcısı olan vektor-funksiyaların xətti çoxluğudur.

Həmçinin

$$W_2^1((0, T); H; 0, 0) = \{u : u \in W_2^1((0, T); H), u(0) = u(T) = 0\}$$

$$D([0, T], H; 0, 0) = \{u : u \in D([0, T], H), u(0) = 0, u(T) = 0\}$$

Tərif 12. Əgər $u(t) \in W_2^1((0, T), H, 0, 0)$ vektor funksiyası və istənilən $\psi(t) \in D([0, T], H, 0, 0)$ üçün

$$\begin{aligned} \tilde{P}(u, \psi) = & \left(\frac{du}{dt}, \frac{d\psi}{dt} \right)_{L_2((0, T); H)} + (\rho^{1/2} Au, \rho^{-1/2} (A\psi))_{L_2(0, T); H} + \\ & + \tilde{P}_1(u, \psi) = (f, \psi)_{L_2(0, T); H}, \end{aligned}$$

bərabərliyini

ödəyərsə,

belə

ki,

$$\tilde{P}_1(u, \psi) = (P_1(d/dt)u(t), \psi(t))_{L_2(0, T); H}$$

$$(P_1(d/dt)u(t) = A_1(t) \frac{du(t)}{dt} + A_2(t)u(t)) \quad \text{bixətti funksiyası əvvəlcə}$$

$u(t) \in D([0, T], H, 0, 0)$, $\psi(t) \in D([0, T], H, 0, 0)$ üçün təyin olunmuş və

$W_2^1((0, T); H; 0, 0) \oplus W_2^1((0, T); H; 0, 0)$ fəzasına kəsilməzliyə görə

$$\tilde{P}_1(u, \psi) = - \left(A_1(t)u, \frac{d\psi}{dt} \right)_{L_2((0,T);H)} - (A_1'(t)u, \psi)_{L_2((0,T);H)} + (A_2(t)u, \psi)_{L_2((0,T);H)},$$

kimi davam etdirilir. Onda $u(t)$ (30), (31) məsələsinin ümumiləşmiş həlli adlanır.

Aşağıdakı teoremlər doğrudur:

Teorem 19. Tutaq ki, a)-c) şərtlərinin hamısı ödənilir və

$$\gamma = \frac{1}{2} \sup_t \|A_1(t)A^{-1}\| + \left(\sup_t \|A^{-1}A_1'(t)A^{-1}\| + \sup_t \|A^{-1}A_2(t)A^{-2}\| \right) < \min(1, \alpha)$$

Onda (30), (31) məsələsinin istənilən $f \in L_2((0,T);H)$ üçün yeganə həlli var.

Qeyd edək ki, bu teoremin analoqu sonsuz oblastlar üçün sabit əmsallı tənliklər üçün S.S.Mirzəyev tərəfindən $\rho(t)$ iki qiymət aldıqda isə A.R.Əliyev tərəfindən alınmışdır.

3.2-də

$$P \left(\frac{d}{dt} \right) u(t) - \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + A^2 u(t) + A_1(t) \frac{du}{dt} + A_2(t) u(t) = 0, \quad t \in (0, T), \quad (32)$$

$$u(0) = \varphi_0, \quad u(T) = \varphi_1. \quad (33)$$

sərhəd məsələsinin ümumiləşmiş həllinin varlığı və yeganəliyi, $\rho(t)$ ölçülən məhdud funksiya olduqda, yəni $0 < \alpha \leq \rho(t) \leq \beta < \infty$ tədqiq edilir.

Tərif 13. Əgər $u(t) \in W_2^1((0,T):H)$ vektor-funksiya istənilən $\psi(t) \in W_2^2((0,T):H;0,0)$ üçün

$$(\tilde{P}u, \psi)_{L_2((0,T);H)} \equiv \left(\frac{du}{dt}, \frac{d\psi}{dt} \right)_{L_2((0,T);H)} + (\rho^{1/2}Au, \rho^{1/2}Au)_{L_2((0,T);H)} + (\tilde{P}_1u, \psi) = 0$$

Bərabərliyi və (33) sərhəd şərtlərini

$$\lim_{t \rightarrow +0} \|u(t) - \varphi_0\|_{1/2} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow T-0} \|u(t) - \varphi_1\|_{1/2} = 0$$

belə ki, $u(t) \in D([0,T];H;0,0)$ və $\psi(t) \in D([0,T];H;0,0)$ üçün təyin olunmuş bixətti funksiya

$$\tilde{P}_1(u, \psi) = P_1 \left(\left(\frac{d}{dt} \right) u, \psi \right)_{L_2((0,T);H)} \equiv \left(A_1(t) \frac{du(t)}{dt} + A_2(t) u(t) \right)_{L_2((0,T);H)}$$

kəsilməzliyə görə $W_2^1((0,T):H) \oplus W_2^1((0,T):H;0,0)$ davam olunur, burada $\tilde{P}_1(u, \psi)$ tərif 12-dən təyin olunur, onda $u(t)$ (32), (33) məsələsinin ümumiləşmiş həlli adlanır.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 20. Tutaq ki, teorem 19-un bütün şərtləri ödənilir. Onda istənilən $\varphi_0, \varphi_1 \in H_{1/2}$ üçün (32),(33) məsələsinin yeganə ümumiləşmiş həlli var.

Xüsusi halda $A_1(t) \equiv A_1, A_2(t) \equiv A_2$ olduqda alırıq ki,

$$\frac{1}{2} \|A_1 A^{-1}\| + \|A^{-1} A_2 A^{-2}\| < \min(1, \alpha)$$

olduqda istənilən $\varphi_0, \varphi_1 \in H_{1/2}$ üçün (32),(33) məsələsinin yeganə ümumiləşmiş həlli var.

3.3 biricins tənlik üçün ümumiləşmiş həllər fəzasının daxili kompaktlıq xassəsinin öyrənilməsinə həsr olunub.

Tutaq ki,

$$N = \{u : u \in W_2^1((0, T) : H), \tilde{P}(u, \psi) = 0, \forall \psi \in W_2^1((0, T) : H; 0, 0)\}$$

Ayındır ki, N qapalı xətti çoxluqdur.

Tərif 14. Tutaq ki, $0 \leq a < a_1 < b_1 < b \leq T$, $M > 0$ isə istənilən müsbət ədəddir. Əgər

$$R(N) = \{u : u \in N, \|u\|_{L_2((a, b); H)} \leq M\}$$

çoxluğu $L_2((a_1, b_1); H)$ -da kompaktdırsa, yəni $\|u\|_{L_2((a_1, b_1); H)}$ normasına görə kompaktdırsa onda deyəcəyik ki, (32) tənliyinin ümumiləşmiş həllər fəzası daxili kompaktdır.

Aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem 21. Tutaq ki, $A^{-1} H$ -da tamam kəsilməzdir və teorem 19-un bütün şərtləri ödənilir onda ümumiləşmiş həllər fəzası daxili kompaktdır.

Sonda elmi rəhbərim prof. S.S.Mirzəyevə məsələlərin qoyuluşu və alınan nəticələri müzakirəsində göstərdiyi köməliyə görə öz səmimi minnətdarlığımı bildirirəm.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə dərc olunmuşdur:

1. Mirzoyev S.S., Agayeva G.A. On correct solvability of one boundary value problems for the differential equations of the second order on Hilbert space//Applied Mathematical Sciences, 2013, v.7, №79, p.3935-3945.
2. Агаева Г.А. О разрешимости одной краевой задачи для операторно-дифференциальных уравнений второго порядка на конечном отрезке//Известия Педагогического Университета, раздел естественных наук, 2013, №3, с.26-30.
3. Агаева Г.А. О периодической краевой задаче для операторно-дифференциальных уравнений второго порядка//Актуальные проблемы теории управления топологии и операторных уравнений. Тезисы докладов, Бишкек, 2013, с.69.
4. С.С.Мирзоев, Агаева Г.А. Об одной краевой задаче для операторно- дифференциальных уравнений второго порядка //Akademik Azad Xəlil oğlu Mirzəcanzadənin 85 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq Elmi Konfransın materialları, Bakı, 2013,s.173-174.
5. Mirzoyev S.S., Agayeva G.A. On the solvability conditions of solvability of one boundary value problems for the second order differential equations with operator coefficients // Inter. Journal of Math.Analyzis, 2014, v.8, №4, p.149-156.
6. Agayeva G.A. On the existence and uniqueness of the generalized solution of a boundary value problem for second order operator-differential equations // Transactions of NAS of Azerbaijan, 2014, v.34, №4, p.3-8.
7. Агаева Г.А. Об одной краевой задаче на конечном отрезке в гильбертовом пространстве//Материалы Международной конференции «Актуальные проблемы математики и механики», посвященной 55-летию Института математики и механики, Баку, 2014, с.23-24.
8. Агаева Г.А. О разрешимости одной задачи для эллиптических операторно-дифференциальных уравнений второго порядка с операторным коэффициентом в краевом условии.//Вестник Бакинского Университета, 2015, №1, с.37-42.

9. Агаева Г.А. О краевых задачах для эллиптических операторно-дифференциальных уравнений второго порядка//Известия Педагогического Университета, раздел естественных наук, 2015, №1, с.39-42.
10. Ağayeva G.A. Hilbert fəzasında bir sinif periodik tip sərhəd məsələsi haqqında // Azərbaycan xalqının ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 92-ci ildönümünə həsr olunmuş «Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri» adlı konfransının materialları, Bakı, 2015, s.7-9.
11. Агаева Г.А. Об одной граничной задаче периодического типа для уравнения второго порядка с операторными коэффициентами // Материалы Международной конференции, посвященной 85-летию Яхья Джафар оглы Мамедова, 2015 с.179-180.

**О РАЗРЕШИМОСТИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ОПЕРАТОРНО
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПЕРЕМЕННЫМИ
КОЭФФИЦИЕНТАМИ НА КОНЕЧНОМ ОТРЕЗКЕ.**

РЕЗЮМЕ

Диссертационная работа посвящена исследованию разрешимости некоторых краевых задач на конечном отрезке для операторно-дифференциальных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами эллиптического типа.

В диссертационной работе получены следующие основные результаты:

- Найдены условия регулярной разрешимости некоторых краевых задач на конечном отрезке для операторно-дифференциальных уравнений второго порядка эллиптического типа с переменными коэффициентами.
- Найдены условия существования и единственности обобщенного решения одного класса краевых задач на конечном отрезке для операторно-дифференциальных уравнений второго порядка эллиптического типа с переменными коэффициентами.
- Получены оценки норм операторов промежуточных производных через главную часть уравнения на конечном отрезке в абстрактных пространствах типа Соболева, указана их связь с условиями разрешимости рассматриваемых краевых задач.
- Найдены условия разрешимости некоторых краевых задач для однородного операторно-дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами.
- Установлены условия, которые обеспечивают внутреннюю компактность пространства регулярных и обобщенных решений однородного дифференциального уравнения второго порядка эллиптического типа с переменными коэффициентами.
- Все полученные результаты выражены свойствами коэффициентов операторно-дифференциального уравнения.

GULSUM ALLAHYAR qizi AGAYEVA

**ON SOLVABILITY OF BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR
OPERATOR-DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH UNKNOWN
COEFFICIENTS ON THE FINITE INTERVAL**

SUMMARY

The dissertation work is devoted to study of solvability of some boundary value problems on some interval for second order elliptic type operator-differential equations with variable coefficients.

The following main results were obtained.

- Conditions of regularity of some boundary value problems on finite interval were found for second order elliptic type operator-differential equations with variable coefficients.
- The conditions of existence and uniqueness of the generalized solution of a class of boundary value problems on a finite interval were found for second order elliptic type operator-differential equations with variable coefficients.
- The estimates of the norms of intermediate derivatives operators were obtained by the principle part of the equation on the finite interval in Sobolev type abstract spaces. Their relation with solvability conditions of the considered boundary value problems was indicated.
- Conditions of solvability of some boundary value problems were found for a second order homogeneous operator-differential equation with variable coefficients.
- The conditions providing inner compactness of the space of regular and generalized solutions of a second order elliptic type homogeneous differential equation with variable coefficients were set up.
- All obtained results were expressed by the properties of the coefficients of operator-differential equation.