

AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

NARGÜL KAMANDAR QIZI QURBANOVA

**SƏRHƏD ŞƏRTLƏRİNƏ OPERATOR VƏ SPEKTRAL
PARAMETR DAXİL OLAN İKİNCİ TƏRTİB ELLİPTİK
DİFERENSİAL-OPERATOR TƏNLİK ÜÇÜN SƏRHƏD
MƏSƏLƏLƏRİNİN TƏDQIQI**

1211.01 –Diferensial tənliklər

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

BAKİ – 2017

İş AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Diferensial tənliklər" şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor **B.Ə.Əliyev**

Rəsmi opponentlər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **H.M.Hüseynov**
(Bakı Dövlət Universiteti)

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor **N.M.Aslanova**
(Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti)

Aparıcı təşkilat:

Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universiteti

"Ümumi və tətbiqi riyaziyyat" kafedrası.

Dissertasiyanın müdafiəsi 14 aprel 2017-ci il tarixində saat 14⁰⁰-da Azərbaycan MEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində elmlər doktoru və fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün təqdim olunan dissertasiyaların müdafiəsini keçirən D.01.111 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Dissertasiya ilə Azərbaycan MEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Ünvan: AZ 1141, Bakı ş., B.Vahabzadə küç., 9.

Avtoreferat 13 mart 2017-ci il tarixində buraxılıb.

D.01.111 Dissertasiya

Şurasının elmi katibi

dosent Tamilla Həsənova

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. Diferensial-operator tənliklər nəzəriyyəsi adi diferensial tənliklərin və xüsusi törəməli diferensial tənliklərin tədqiqində müasir və mühüm metodlardan biridir. Bu nəzəriyyənin əsasları Ş.Aqmon, L.Nirenberq, S.Q.Kreyn, X.Tanabe, T.Kato, A.Pazi, Q.O.Fattorini, J.A.Qoldsteyn, R.S.Fillips, Z.İ.Xəlilov və digər görkəmli riyaziyyatçılar tərəfindən qoyulmuşdur. Diferensial-operator tənliklər nəzəriyyəsi metodu bu gün də öz aktuallığını itirməmişdir. Bu sahə üzrə yazılmış müasir monoqrafiyalar arasında S.Q.Kreynin, V.İ.Qorbaçuk və M.L.Qorbaçukun, A.Y.Şklyarın, A.A.Dezinin, S.Yaqubov və Y.Yaqubovun və başqalarının kitablarını göstərmək olar.

Elliptik diferensial-operator tənliklər üçün sərhəd məsələlər yuxarıda sadalanan monoqrafiyalardan başqa bir çox işlərdə, məsələn, S.Q.Kreynin, P.E.Sobolevskinin, V.A.Trenoqinin, Q.İ.Laptevin, Y.İ.Dubinskiyin, M.L.Qorbaçukun, S.Y.Yaqubovun, M.Q.Qasimovun, S.S.Mirzəyevin, A.Q.Kostyuçenkonun, M.Bayramoğlunun, V.B.Şahmurovun, H.İ.Aslanovun, B.Ə.Əliyevin, A.R.Əliyevin, İ.V.Əliyevin, N.M. Aslanovanın və digərlərinin işlərində baxılmışdır.

Spektral parametrlili xüsusi törəmələri elliptik diferensial tənliklərin Fredholm luq xassələri və bu tənliklər üçün izomorfizm haqqında teorem S.Agmon, S.Agmon və L.Nirenberg, M.S.Aqranoviç və M.İ.Vişik və başqalarının işlərində tədqiq olunmuşdur. Bu işlərdə spektral parametrlili elliptik diferensial-operator tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin tədqiqi ideyasının əsası qoyulmuşdur.

L.A.Kotko və S.Q.Kreynin işində ikinci tərtib müntəzəm elliptik diferensial ifadə üçün kifayət qədər hamar sərhədi olan məhdud oblastda spektral məsələ qoyulmuş və məsələnin kök funksiyalar sisteminin müəyyən fəzada tamlığı (doluluğu) tədqiq edilmişdir. Bu məsələnin xüsusi cəhəti ondan ibarətdir ki, baxılan sərhəd məsələsində eyni bir spektral parametr həm tənlikdə, həm də sərhəd şərtində iştirak edir və spektral parametrlili tərtibi eyni olub vahidə bərabərdir.

A.N.Kojevnikovun işində kifayət qədər hamar sərhədli məhdud oblastda Laplas tənliyi üçün sərhəd şərtlərinin birində spektral parametr iştirak edən spektral məsələyə baxılır və isbat olunur ki, baxılan sərhəd məsələsinin spektri diskret olub, sıfıra və $+\infty$ -a yığılan iki seriya məxsusi qiymətlərdən ibarətdir. Bütün bu sadalanan işlər ikinci tərtib elliptik diferensial operator tənliklər üçün eyni bir spektral parametr həm tənlikdə, həm də sərhəd şərtlərində iştirak edən hal üçün, həmçinin sərhəd şərtində

spektral parametrdən əlavə məhdud operator iştirak edən hal üçün sərhəd məsələlərini araşdırmağı diqtə edir.

İkinci tərtib elliptik diferensial-operator tənliklər üçün sərhəd şərtlərində spektral parametr iştirak edən sərhəd məsələlərinin tədqiqinə həsr edilmiş işlər müqayisədə çox azdır. Bu tip sərhəd məsələləri müəyyən aspektlərdən V.İ.Qorbaçuk və M.A.Rıbakın; M.A.Rıbakın; M.Denche; B.Ə.Əliyevin; B.A.Aliev and Ya.Yakubov; A.Aibeche, A.Favini and Mezoued; M.Bayramoğlu və N.M.Aslanovanın və başqalarının işlərində tədqiq olunub.

Beləliklə, ikinci tərtib elliptik diferensial-operator tənliklər üçün eyni bir spektral parametr həm tənlikdə, həm də sərhəd şərtlərində iştirak edən halda sərhəd məsələlərinin həll olunması və onların bəzi spektral xassələrinin tədqiqi diferensial-operator tənliklər nəzəriyyəsinin aktual məsələlərindən biridir.

Tədqim olunan dissertasiya işi H Hilbert fəzasında ikinci tərtib elliptik diferensial-operator tənliklər üçün eyni bir spektral parametr həm tənlikdə, həm də sərhəd şərtlərində iştirak edən hal üçün sərhəd məsələlərinin həllinin, həmçinin bəzi spektral xassələrinin tədqiqinə həsr edilmişdir. Həmçinin, sərhəd şərtlərindən birində spektral parametrdən əlavə xətti məhdud operator iştirak edən hal üçün də ikinci tərtib elliptik diferensial-operator tənliklərin həll olunması araşdırılmışdır.

İşin məqsədi.

1. Hilbert fəzasında sonlu parçada ikinci tərtib elliptik diferensial-operator tənlik üçün eyni spektral parametr tənlikdə kvadratik, sərhəd şərtlərində isə xətti iştirak etdikdə, sərhəd məsələlərinin həll olunmasını, həmçinin sərhəd şərtləri həm ayrılan, həm də ayrılmayan olduğu hallarda məxsusi qiymətlərin asimptotik paylanmasının tədqiq olunması.
2. Hilbert fəzasında sonlu parçada eyni bir spektral parametr tənliyin özünə və sərhəd şərtlərində xətti daxil olduqda ikinci tərtib elliptik diferensial-operator tənlik üçün sərhəd şərtlərinin birində spektral parametrdən əlavə xətti məhdud operator iştirak edən bir sərhəd məsələsinin həll olunmasının tədqiqi.
3. Alınmış abstrakt nəticələrin xüsusi törəməli elliptik tənliklərə tətbiqi.

Elmi yenilik. Dissertasiyada aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

- Abstrakt Redce sərhəd məsələsinin koersitiv həll olunmasını təmin edən kafi şərtlər tapılmış, həmçinin uyğun bircins sərhəd məsələsinin məxsusi qiymətlərinin həqiqiliyi isbat edilmiş, məxsusi qiymətlər üçün asimptotik düsturlar alınmışdır.

- Eyni spektral parametr tənlikdə kvadratik, sərhəd şərtlərində isə xətti iştirak etdikdə ikinci tərtib elliptik diferensial-operator tənlik üçün sərhəd şərtlərinin ayrılan və ayrılmayan olduğu hallar üçün ayrı-ayrılıqda sərhəd məsələlərinin koersitiv həll olunmasını təmin edən kafi şərt tapılmışdır. Həmçinin uyğun bircins sərhəd məsələlərinin məxsusi qiymətlərinin həqiqiliyi isbat edilmiş, məxsusi qiymətlər üçün asimptotik düsturlar alınmışdır.
- Tənlikdə və sərhəd şərtlərində spektral parametr olan ikinci tərtib spektral parametrlili, elliptik diferensial-operator tənlik üçün, sərhəd şərtlərinin birində spektral parametrdən əlavə həmin şərtin baş hissəsində xətti məhdud operator iştirak etdikdə bir sərhəd məsələsinin qeyri-koersitiv həllolması müəyyən edilmişdir.
- Alınmış abstrakt nəticə ikinci tərtib xüsusi törəməli elliptik tənliklər üçün $[0,1] \times [0,1]$ kvadratında uyğun sərhəd məsələlərinə tətbiq edilmişdir.

Tədqiqat üsulları. İşdə özü-özünə qoşma və pozitiv operatorlar nəzəriyyəsi, Hilbert fəzasında xətti operatorlar nəzəriyyəsi, xətti operatorların yarımqruplar nəzəriyyəsi, abstrakt fəzalarda Furiye çevirməsi metodundan, Banax fəzalarında xətti operatorların interpolasiya nəzəriyyəsi, elliptik diferensial-operatorlar nəzəriyyəsi istifadə olunmuşdur.

Nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiyada alınmış nəticələr əsasən nəzəri xarakter daşıyır. Buna baxmayaraq, abstrakt operatorlar vasitəsilə isbat olunmuş təkliflər eyni spektral operator tənlikdə kvadratik, sərhəd şərtlərində isə xətti iştirak etdiyi halda, həmçinin sərhəd şərtlərinin birində spektral operatora əlavə məhdud operator iştirak edən xüsusi törəməli elliptik tənliklərin düzbucaqlıda həllolması və məxsusi qiymətlərinin asimptotikası məsələlərinin tədqiqində istifadə oluna bilər.

İşin aprobasiyası. Dissertasiya işinin əsas müddəaları AMEA RMI-nin «Diferensial tənliklər» (rəhbər prof. A.B.Əliyev) və «Funksional analiz» (rəhbər prof. H.İ.Aslanov) şöbələrinin seminarlarında və ADPU-nin «Riyazi analiz» kafedrasının (rəhbər prof. V.M.Qurbanov) seminarlarında, Heydər Əliyevin anadan olmasının 90 illiyinə həsr edilmiş «Riyaziyyatın və informatikanın aktual problemləri» mövzusunda keçirilən Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2013), Dağıstan Dövlət Universitetinin «Funksional-diferensial tənliklər və onların tətbiqləri» mövzusunda professorlar R.Q.Əliyevin və A.R.Əfəndiyevin 80 illiyinə həsr edilmiş altıncı Beynəlxalq elmi konfransında (Mahaçkala, 2013), akademik Mirabbas

Qasımovun 75 illiyinə həsr edilmiş «Diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsi» Beynəlxalq konfransında (Bakı, 2014), «Riyazi analiz, diferensial tənliklər və onların tətbiqləri» Beynəlxalq konfransında (MADEA 7) (Bakı, 2015), “International Workshop on non – harmonic analysis and differential operators” Beynəlxalq konfransında (Bakı, 2016), Dağıstan Dövlət Universitetinin «Funksional-diferensial tənliklər və onların tətbiqi» mövzusunda professor Q.A.Maqomedovun 80 illiyinə həsr edilmiş yeddinci beynəlxalq elmi konfransda (Mahaçkala, 2015) məruzə və müzakirə edilmişdir.

Nəşr. Dissertasiya işinin əsas müddəaları aftoreferatın sonunda siyahısı verilən 11 elmi işdə öz əksini tapmışdır.

İşin həcmi və strukturu. Dissertasiya işi giriş, üç fəsil və 70 adda ədəbiyyat siyahısından ibarət olmaqla 122 səhifədə şərh edilmişdir.

İŞİN MƏZMUNU

Dissertasiya işinin məzmununu şərh etməzdən əvvəl bəzi köməkçi faktları və dissertasiya mövzusu ilə bağlı anlayışları daxil edək.

Tutaq ki, E_1 və E iki Banax fəzasıdır. $B(E_1, E)$ ilə E_1 -dən E -yə adi operator norması ilə təsir edən bütün xətti məhdud operatorların Banax fəzasını işarə edək. Xüsusi halda, $B(E, E) := B(E)$.

Tutaq ki, E_1 və E_2 Banax fəzalarıdır. $u \in E_1$, $v \in E_2$ olmaqla (u, v) şəklində bütün vektorların $E_1 + E_2$ çoxluğu koordinatlarına görə adi xətti əməllərlə və

$$\|(u, v)\|_{E_1 + E_2} := \|u\|_{E_1} + \|v\|_{E_2}$$

norması ilə Banax fəzası olub, E_1 və E_2 Banax fəzalarının düz cəmi adlanır.

Tərif 0.1. Əgər H Hilbert fəzasında xətti qapalı A operatorunun $D(A)$ təyin oblastı H -da sıx olarsa və hər hansı $\varphi \in [0, \pi)$, üçün $|\arg \mu| \leq \varphi$ bucağından götürülmüş ($\mu = 0$ daxil olmaqla) bütün nöqtələr üçün $(A + \mu I)^{-1}$ operatoru varsa və bu μ -lər üçün qiymətləndirməsi ödənilərsə, onda A -ya H -da güclü pozitiv operator deyilir, burada I – H -da vahid operatorudur, $c = \text{const} > 0$. $\varphi = 0$ olduqda A pozitiv operator adlanır.

Hilbert fəzasında təsir edən özü-özünə qoşma, müsbət müəyyən operator güclü pozitiv operatorlara ən sadə misaldır.

Tutaq ki, $A - H$ -da güclü pozitiv operatorudur. A^{-1} tərs operatoru H -da məhdud olduğundan

$$H(A^n) := \left\{ u : u \in D(A^n), \|u\|_{H(A^n)} = \|A^n u\|_H \right\}, \quad n \in \mathbb{N}$$

Hilbert fəzası olub, norması A^n operatorunun qrafiki normasına ekvivalentdir.

Tutaq ki, $A - H$ Hilbert fəzasında güclü pozitiv operatorudur. Onda aydındır ki, $-A$ operatoru $t > 0$ olduqda e^{-tA} analitik yarımqrupunun törədici operatorudur və bu yarımqrup eksponensial azalır, yəni elə iki $c > 0$, $\sigma_0 > 0$ ədədləri var ki,

$$\|e^{-tA}\|_{B(H)} \leq c e^{-\sigma_0 t}, \quad 0 \leq t < +\infty.$$

Tərif 0.2. Tutaq ki, $A - H$ -da güclü pozitiv operatorudur. Onda $H(A^n)$ və H Hilbert fəzalarının $(H(A^n), H)_{\theta, p}$ interpolasiya fəzaları

$$(H(A^n), H)_{\theta, p} := \left\{ u : u \in H, \|u\|_{(H(A^n), H)_{\theta, p}} := \int_0^{+\infty} t^{-1+n\theta p} \|A^n e^{-tA} u\|_H^p dt < \infty \right\},$$

$$\theta \in (0, 1), \quad p \geq 1, \quad n \in \mathbb{N}$$

bərabərlikləri ilə təyin olunur.

$$\text{Bu halda } (H(A^n), H)_{\theta, p} := H(A^n), (H(A^n), H)_{1, \theta} := H$$

işarə edək. $L_p((0, 1); H)$, $1 < p < \infty$ ilə güclü ölçülən və p -dərəcədən cəmlənən $x \rightarrow u(x) : [0, 1] \rightarrow H$ vektor funksiyaların

$$\|u\|_{L_p((0, 1); H)} := \left(\int_0^1 \|u(x)\|_H^p dx \right)^{1/p} < \infty$$

norması ilə təyin olunan Banax fəzasını $L_p((0, 1); H)$ ($1 < p < \infty$) ilə ($p=2$ olduqda Hilbert fəzasını),

$$\|u\|_{W_p^{2n}((0, 1); H(A^n), H)} := \|A^n u\|_{L_p((0, 1); H)} + \|u^{(2n)}\|_{L_p((0, 1); H)}$$

norması ilə təyin olunan Banax fəzasını isə

$$W_p^{2n}((0,1); H(A^n), H) := \left\{ u : A^n u, u^{(2n)} \in L_p((0,1); H) \right\}$$

ilə işarə edək.

Məlumdur ki, əgər $u \in W_p^n((0,1); H(A^n), H)$ olarsa, onda

$$u^{(j)}(\cdot) \in \left(H(A^n), H \right)_{\frac{j+1/p}{n}, p}, \quad j = \overline{0, (n-1)}.$$

Sobolev fəzalarının interpolasiya fəzasını

$$B_{p,q}^s(0,1) := \left(W_p^{s_0}(0,1), W_p^{s_1}(0,1) \right)_{\theta,q} \quad \text{ilə işarə edək, burada } 0 \leq s_0, s_1 -$$

tam ədədlərdir, $0 < \theta < 1, 1 < q < \infty, 1 < p < \infty$ və

$s = (1 - \theta)s_0 + \theta s_1$. Xüsusi halda, $0 < s$ tam ədəd deyilsə, onda

$$W_p^s(0,1) := B_{p,p}^s(0,1) := \left(W_p^{s_0}(0,1), W_p^{s_1}(0,1) \right)_{\theta,p}.$$

Həmçinin $W_{p,q}^{l,s}(\Omega) := W_p^l((0,1); W_q^s(0,1), L_q(0,1))$ işarə edək,

burada $0 \leq l, s$ tam ədədlərdir,

$1 < p < \infty, 1 < q < \infty, \Omega = [0,1] \times [0,1]$. Əgər $p = q$ və $l = s$ olarsa,

onda $W_{p,q}^{l,s}(\Omega) = W_p^l(\Omega)$. Nəhayət,

$$L_{p,q}(\Omega) := W_{p,q}^{0,0}(\Omega) = L_p((0,1); L_q(0,1)) \quad \text{işarə edək.}$$

Dissertasiya işi girişdən, 10 paragrafı özündə birləşdirən üç fəsildən ibarətdir.

Birinci fəslin birinci paragrafında H separabel Hilbert fəzasında aşağıdakı sərhəd məsələsi öyrənilir

$$L(\lambda, D)u := \lambda^2 u(x) - u''(x) + Au(x) = f(x), \quad x \in (0,1), \quad (0.1)$$

$$L_1(\lambda)u := \alpha u'(1) + \lambda u(1) = f_1, \quad (0.2)$$

$$L_2 u := u(0) = f_2,$$

burada λ - spektral parametr; $\alpha \neq 0$ - kompleks müstəvinin sağ hissəsindən götürülmüş hər hansı kompleks ədəd; $A - H$ -da xətti özü-özünə

qoşma, müsbət müəyyən operatorudur; $D := \frac{d}{dx}$.

(0.1), (0.2) məsələsinin həll olunması üçün kafi şərt tapılmış

(əslində izomorfizm haqqında teorem isbat olunmuşdur), (0.1),(0.2) məsələsinin $L_p((0,1);H)$, $1 < p < \infty$ fəzasında həlli üçün müəyyən qiymətləndirmə (u və λ -ya nəzərən) alınmışdır.

Teorem 0.1. *Tutaq ki, aşağıdakı şərtlər ödənilir:*

1. $A - H$ - da özü-özünə qoşma müsbət müəyyən operator;
2. $\alpha \neq 0$ olub $|\arg \lambda| \leq \frac{\pi}{2}$ bucağından götürülmüş müəyyən kompleks ədəddir.

Onda $L(\lambda): u \rightarrow L(\lambda)u := (L(\lambda, D)u, L_1(\lambda)u, L_2u)$ operatoru

$|\arg \lambda| \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$ bucağından götürülmüş kifayət qədər böyük $|\lambda|$ -lar üçün

$W_p^2((0,1); H(A), H)$ -dan

$L_p((0,1); H) + (H(A), H)_{\theta_1, p} + (H(A), H)_{\theta_2, p}$ fəzasına

izomorfizm yaradır və λ -nın bu qiymətlərində (0.1), (0.2) məsələsinin həlli üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\begin{aligned} & |\lambda|^2 \|u\|_{L_p((0,1);H)} + \|u''\|_{L_p((0,1);H)} + \|Au\|_{L_p((0,1);H)} \leq \\ & \leq c \left[|\lambda| \|f\|_{L_p((0,1);H)} + \sum_{k=1}^2 \left(\|f_k\|_{(H(A),H)_{\theta_k, p}} + |\lambda|^{2(1-\theta_k)} \|f_k\|_H \right) \right] \end{aligned}$$

burada $\theta_k = \frac{m_k}{2} + \frac{1}{2p}$, $p \in (1, \infty)$, $m_1 = 1$, $m_2 = 0$;

Birinci fəslin ikinci paragrafında aşağıdakı sərhəd məsələsinin məxsusi qiymətlərinin asimptotikası tədqiq olunur:

$$-u''(x) + Au(x) = \lambda^2 u(x), \quad x \in (0,1), \quad (0.3)$$

$$u'(1) + \lambda u(1) = 0, \quad (0.4)$$

$$u(0) = 0.$$

Teorem 0.2. *Tutaq ki, $A - H$ separabel Hilbert fəzasında özü-özünə qoşma, müsbət müəyyən operator, A^{-1} isə H -da tamamilə kəsilməz operatorudur. Onda*

1.(0.3), (0.4) sərhəd məsələsinin məxsusi qiymətləri həqiqidir;

2. (0.3), (0.4) sərhəd məsələsinin üç seriya məxsusi qiymətləri

$$\text{vardır: } \lambda_k^{(1)} \sim -\sqrt{\frac{\mu_k}{2}}; \quad \lambda_{n,k}^{(2)} \sim \sqrt{\mu_k + \gamma_n}; \quad \lambda_{n,k}^{(3)} \sim -\sqrt{\mu_k + \delta_n},$$

burada, $\mu_k = \mu_k(A) - A$ operatorunun məxsusi qiymətləridir;

$$\gamma_n \sim n^2 \pi^2, \quad \delta_n \sim n^2 \pi^2 \quad (n \rightarrow \infty).$$

Birinci fəslin üçüncü paragrafında H separabel Hilbert fəzasında aşağıdakı sərhəd məsələsinin həll olunması tədqiq olunur:

$$L(\lambda, D)u := \lambda^2 u(x) - u''(x) + Au(x) = f(x), \quad x \in (0, 1), \quad (0.5)$$

$$L_1(\lambda)u := \alpha u'(1) + \lambda u(1) = f_1, \quad (0.6)$$

$$L_2(\lambda)u := \beta u'(0) - \lambda u(0) = f_2$$

Teorem 0.3. *Tutaq ki, aşağıdakı şərtlər ödənilir:*

1. $A - H$ separabel Hilbert fəzasında öz-özünə qoşma, müsbət-müəyyən operatorudur $(A = A^* \geq \gamma^2 I, \gamma \neq 0)$;
2. $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$ olub $|\arg \alpha| \leq \frac{\pi}{2}, |\arg \beta| \leq \frac{\pi}{2}$ şərtlərini ödəyən müəyyən kompleks ədədlərdir.

Onda $L(\lambda): u \rightarrow L(\lambda)u := (L(\lambda, D)u, L_1(\lambda)u, L_2(\lambda)u)$

operatoru $|\arg \lambda| \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$ bucağından olan kifayət qədər böyük $|\lambda|$ -lar

üçün

$W_p^2((0, 1); H(A), H)$ fəzasından

$$L_p((0, 1); H) + (H(A), H)_{\frac{1}{2} + \frac{1}{2p}, p} + (H(A), H)_{\frac{1}{2} + \frac{1}{2p}, p}, \quad p \in (1, \infty) \text{ fəzasına}$$

izomorfizm yaradır və λ -nın bu qiymətlərində (0.5), (0.6) məsələsinin həlli üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\begin{aligned} & |\lambda|^2 \|u\|_{L_p((0,1);H)} + \|u''\|_{L_p((0,1);H)} + \|Au\|_{L_p((0,1);H)} \leq \\ & \leq c \left[|\lambda| \|f\|_{L_p((0,1);H)} + \sum_{k=1}^2 \left(\|f_k\|_{(H(A),H)_{\frac{1}{2} + \frac{1}{2p}, p}} + |\lambda|^{1-1/p} \|f_k\|_H \right) \right]. \end{aligned}$$

Birinci fəslin dördüncü paragrafında aşağıdakı sərhəd məsələlərinin məxsusi qiymətlərinin asimptotikası tədqiq olunur:

$$-u''(x) + Au(x) = \lambda^2 u(x), \quad x \in (0,1), \quad (0.7)$$

$$u'(1) + \lambda u(1) = 0, \quad (0.8)$$

$$u'(0) - \lambda u(0) = 0,$$

Birinci fəslin beşinci paragrafında aşağıdakı sərhəd məsələsinin həll olunması varlığı araşdırılır:

$$L(\lambda, D)u := \lambda^2 u(x) - u''(x) + Au(x) = f(x), \quad x \in (0,1), \quad (0.9)$$

$$L_1(\lambda)u := \alpha u'(0) + \lambda u(1) = f_1, \quad (0.10)$$

$$L_2(\lambda)u := \beta u'(1) + \lambda u(0) = f_2.$$

Teorem 0.4. *Tutaq ki, aşağıdakı şərtlər ödənilir:*

1. $A - H$ -da xətti öz-özüə qoşma, müsbət-müəyyən operatorudur;
2. $\alpha, \beta -$ müəyyən müsbət ədədlərdir.

Onda $L(\lambda): u \rightarrow L(\lambda)u := (L(\lambda, D)u, L_1(\lambda)u, L_2(\lambda)u)$

operatoru $|\arg \lambda| \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$ bucağından olan kifayət qədər böyük $|\lambda|$ -lar

üçün $W_p^2((0,1); H(A), H)$ fəzasından

$$L_p((0,1); H) + (H(A), H)^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2p}, p} + (H(A), H)^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2p}, p}, \quad p \in (1, \infty)$$

fəzasına izomorfizm yaradır və λ -nın bu qiymətlərində (0.9), (0.10) məsələsinin həlli üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\begin{aligned} & |\lambda|^2 \|u\|_{L_p((0,1); H)} + \|u''\|_{L_p((0,1); H)} + \|Au\|_{L_p((0,1); H)} \leq \\ & \leq c \left[|\lambda| \|f\|_{L_p((0,1); H)} + \sum_{k=1}^2 \left(\|f_k\|_{(H(A), H)^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2p}, p}} + |\lambda|^{1-1/p} \|f_k\|_H \right) \right]. \end{aligned}$$

burada $c > 0$ müəyyən sabitdir və λ – dan asılı deyildir.

Birinci fəslin altıncı paragrafında H separabel Hilbert fəzasında aşağıdakı sərhəd məsələlərinin asimptotikası tədqiq olunur:

$$-u''(x) + Au(x) = \lambda^2 u(x), \quad x \in (0,1), \quad (0.11)$$

$$\begin{aligned} u'(0) - \lambda u(1) &= 0, \\ u'(1) + \lambda u(0) &= 0. \end{aligned} \quad (0.12)$$

Teorem 0.5. *Tutaq ki, $A - H$ -da öz-özünə qoşma, müsbət müəyyən operator, A^{-1} isə H -da tamam kəsilməz operatorudur. Onda*

1. (0.11), (0.12) sərhəd məsələsinin məxsusi qiymətləri həqiqidir;
2. (0.11), (0.12) sərhəd məsələsinin dörd seriyə məxsusi qiymətləri vardır:

$$\lambda_k^{(1)} \sim \sqrt{\frac{\mu_k}{2}}, \quad \lambda_k^{(2)} \sim -\sqrt{\frac{\mu_k}{2}}, \quad k \rightarrow \infty; \quad \lambda_{n,k}^{(3)} = \sqrt{\mu_k + \gamma_n}; \quad \lambda_{n,k}^{(4)} = -\sqrt{\mu_k + \delta_n},$$

Burada $\mu_k = \mu_k(A) - A$ operatorunun məxsusi qiymətləridir;

$$\gamma_n \sim n^2 \pi^2, \quad \delta_n \sim n^2 \pi^2, \quad n \rightarrow \infty.$$

Təqdim edilmiş dissertasiyanın ikinci fəslində H Hilbert fəzasında ikinci tərtib elliptik diferensial-operator tənlik üçün tənliyin özünə və sərhəd şərtlərinə spektral parametr daxil olan sərhəd məsələsinin həll olunması sərhəd şərtlərindən birinin baş hissəsinə spektral parametrdən əlavə xətti məhdud operator daxil olan hal üçün tədqiq edilir.

İkinci fəslin birinci paraqrafında H -da aşağıdakı sərhəd məsələsinin həll olunması araşdırılır:

$$L(\lambda, D)u := \lambda u(x) - u''(x) + Au(x) = 0, \quad x \in (0,1), \quad (0.13)$$

$$L_{10}(\lambda)u := \alpha u'(1) + \lambda Bu(0) + \sum_{j=1}^{N_1} \gamma_{1j} u(x_{1j}) + \sum_{j=1}^{N_2} \gamma_{2j} u'(x_{2j}) = f_1,$$

$$L_{20}u := \beta u'(0) + \sum_{j=1}^{N_3} \gamma_{3j} u(x_{3j}) + \sum_{j=1}^{N_4} \gamma_{4j} u'(x_{4j}) = f_2. \quad (0.14)$$

burada λ – kompleks parametr; $A - H$ -da xətti güclü pozitiv operator; $B - H$ -da xətti məhdud operator; $\alpha, \beta, \gamma_{kj}$ – müəyyən kompleks ədədlər, belə ki, $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$; $x_{kj} \in (0,1)$; N_k – müəyyən natural ədədlər;

$$D := \frac{d}{dx}.$$

Teorem 0.6. *Tutaq ki, aşağıdakı şərtlər ödənilir:*

1. $A - H$ -da güclü pozitiv operatorudur;

2. B xətti operatoru H -dan H -a və $H(A)$ -dan $H(A)$ -ya məhdud təsir edir;

3. $\alpha, \beta, \gamma_{kj}$ – hər hansı kompleks ədədlər olub $\alpha \neq 0, \beta \neq 0, x_{kj} \in (0, 1)$.

Onda $f_1 \in (H(A), H)_{\frac{1}{2} + \frac{1}{2p}, p}, f_2 \in (H(A), H)_{\frac{1}{2p}, p}, p \in (1, \infty)$,
 üçün və $|\arg \lambda| \leq \varphi < \pi$ bucağından götürülmüş kifayət qədər böyük $|\lambda|$ -
 lar üçün (0.13), (0.14) məsələsinin $W_p^2((0, 1); H(A), H)$ fəzasına
 daxil olan yeganə həlli var və bu həll üçün aşağıdakı koersitiv
 qiymətləndirmə doğrudur:

$$\begin{aligned} & |\lambda| \|u\|_{L_p((0,1);H)} + \|u''\|_{L_p((0,1);H)} + \|Au\|_{L_p((0,1);H)} \leq \\ & \leq c \sum_{k=1}^2 \left(\|f_k\|_{(H(A),H)_{1-\frac{k}{2}+\frac{1}{2p},p}} + |\lambda|^{\frac{k}{2}-\frac{1}{2p}} \|f_k\|_H \right), \end{aligned}$$

burada $c > 0$ olub, λ -dan asılı olmayan hər hansı sabitdir.

İkinci fəslin ikinci paragrafında H separabel Hilbert fəzasında
 aşağıdakı sərhəd məsələsinin həll olunması tədqiq olunur:

$$L(\lambda, D)u := \lambda u(x) - u''(x) + Au(x) = f(x), \quad x \in (0, 1), \quad (0.15)$$

$$L_1(\lambda)u := \alpha u'(1) + \lambda Bu(0) + \sum_{j=1}^{N_1} \gamma_{1j} u(x_{1j}) + \sum_{j=1}^{N_2} \gamma_{2j} u'(x_{2j}) = f_1,$$

$$L_2 u := \beta u'(0) + \sum_{j=1}^{N_3} \gamma_{3j} u(x_{3j}) + \sum_{j=1}^{N_4} \gamma_{4j} u'(x_{4j}) = f_2. \quad (0.16)$$

Teorem 0.7. Tutaq ki, teorem 0.7-nin şərtləri ödənilir.

Onda, $f \in L_p\left((0, 1); H\left(A^{1/2}\right)\right), f_k \in (H(A), H)_{1-\frac{k}{2}+\frac{1}{2p}, p},$

$p \in (1, \infty), k = 1, 2$ və $|\arg \lambda| \leq \varphi < \pi$ bucağından götürülmüş kifayət
 qədər böyük $|\lambda|$ -lar üçün (0.15), (0.16) məsələsinin yeganə
 $u \in W_p^2((0, 1); H(A), H)$ həlli var və bu həll üçün aşağıdakı koersitiv
 olmayan qiymətləndirmə doğrudur:

$$\begin{aligned} & \|\lambda \|u\|_{L_p((0,1);H(A^{1/2}))} + \|u''\|_{L_p((0,1);H)} + \|Au\|_{L_p((0,1);H)} \leq \\ & \leq c \left[\|\lambda \|f\|_{L_p((0,1);H(A^{1/2}))} + \sum_{k=1}^2 \left(\|f_k\|_{(H(A),H)} \frac{k}{2} + \frac{1}{2p} \|f_k\|_H \right) \right] \end{aligned}$$

burada $c > 0$ olub $-\lambda$ -danasılı olmayan hər hansı sabitdir.

Dissertasiyanın üçüncü fəslı birinci və ikinci fəsilərdə alınmış abstrakt nəticələrin xüsusi törəməli elliptik tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin həll olunmasının tətbiqinə həsr edilmişdir.

Üçüncü fəslin birinci paraqrafında ikinci tərtib elliptik diferensial tənlik üçün parametrlı sərhəd məsələsinin $[0,1] \times [0,1]$ kvadratında həll olunması tədqiq olunur:

$$\begin{aligned} L(\lambda, D_x, D_y)u &:= \lambda^2 u(x, y) - D_x^2 u(x, y) - \\ &- D_y(a(y)D_y u(x, y)) = f(x, y), \end{aligned} \quad (0.17)$$

$$\begin{aligned} L_1(\lambda)u &:= \alpha D_x u(1, y) + \lambda u(1, y) = f_1(y), \quad y \in [0, 1], \\ L_2 u &:= u(0, y) = f_2(y), \quad y \in [0, 1], \end{aligned} \quad (0.18)$$

$$u(x, 0) = u(x, 1) = 0, \quad x \in [0, 1], \quad (0.19)$$

burada $D_x := \frac{\partial}{\partial x}, \quad D_y := \frac{\partial}{\partial y}.$

Teorem 0.8. *Tutaq ki, aşağıdakı şərtlər ödənilir:*

1) $a(\cdot) \in C^1[0, 1], \quad y \in [0, 1]$ üçün $a(y) > 0$;

2) $\alpha \neq 0$ – olub $|\arg \lambda| \leq \frac{\pi}{2}$ bucağından götürülmüş hər hansı

kompleks ədəddir.

Onda $\mathbf{L}(\lambda) : u \rightarrow \mathbf{L}(\lambda)u := (L(\lambda, D_x, D_y)u, L_1(\lambda)u, L_2 u)$

operatoru $|\arg \lambda| \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$ bucağından götürülmüş kifayət qədər böyük

$|\lambda|$ -lar üçün $W_p^2((0,1); W_2^2(0,1), L_2(0,1)), 1 < p < \infty$ fəzasından

$L_p((0,1); L_2(0,1)) + B_{2,p,*}^{1-\frac{1}{p}}(0,1) + B_{2,p,*}^{1-\frac{1}{p}}(0,1)$ fəzasına izomorfizm yaradır, burada

$$B_{2,p,*}^{1-\frac{1}{p}}(0,1) := \begin{cases} B_{2,p}^{1-\frac{1}{p}}(0,1), & 1 < p < 2, \\ W_2^{\frac{1}{2}}\left((0,1); \int_0^1 (\min\{x, 1-x\})^{-1} |u(x)|^2 dx < \infty\right), & p = 2, \\ B_{2,p}^{1-\frac{1}{p}}((0,1); u(0) = u(1) = 0), & p > 2, \end{cases}$$

$$B_{2,p,*}^{2-\frac{1}{p}}(0,1) := -B_{2,p}^{2-\frac{1}{p}}((0,1); u(0) = u(1) = 0),$$

və λ -nın bu qiymətlərində (0.17)–(0.19) məsələsinin həlli üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\begin{aligned} & |\lambda|^2 \|u(x, y)\|_{L_p((0,1); L_2(0,1))} + \|D_x^2 u(x, y)\|_{L_p((0,1); L_2(0,1))} + \\ & + \|D_y(a(y)D_y u(x, y))\|_{L_p((0,1); L_2(0,1))} \leq C \left[\|\lambda\| f(x, y)\|_{L_p((0,1); L_2(0,1))} + \right. \\ & + \|f_1(y)\|_{B_{2,p}^{1-\frac{1}{p}}(0,1)} + \|f_2(y)\|_{B_{2,p}^{1-\frac{1}{p}}(0,1)} + |\lambda|^{1-\frac{1}{p}} \|f_1(y)\|_{L_2(0,1)} + \\ & \left. + |\lambda|^{1-\frac{1}{p}} \|f_1(y)\|_{L_2(0,1)} + |\lambda|^{2-\frac{1}{p}} \|f_2(y)\|_{L_2(0,1)} \right]. \end{aligned}$$

Üçüncü fəslin birinci paragrafında həmçinin ikinci tərtib elliptik diferensial tənlik üçün parametrli sərhəd məsələsinin $[0,1] \times [0,1]$ kvadratında həll olunması tədqiq olunur:

$$\begin{aligned} L(\lambda, D_x, D_y) \mu &:= \lambda^2 u(x, y) - D_x^2 u(x, y) - \\ &- D_y(a(y)D_y u(x, y)) = f(x, y), \end{aligned} \quad (0.20)$$

$$\begin{aligned} L_1(\lambda)u &:= \alpha D_x u(1, y) + \lambda u(1, y) = f_1(y), \quad y \in [0, 1], \\ L_2(\lambda)u &:= \beta D_x u(0, y) - \lambda u(0, y) = f_2(y), \quad y \in [0, 1] \end{aligned} \quad (0.21)$$

$$u(x, 0) = u(x, 1) = 0, \quad x \in [0, 1], \quad (0.22)$$

burada $D_x := \frac{\partial}{\partial x}, \quad D_y := \frac{\partial}{\partial y}$

Teorem 0.9. *Tutaq ki, aşağıdakı şərtlər ödənilir:*

1) $a(\cdot) \in C^1[0, 1], \quad y \in [0, 1]$ üçün $a(y) > 0$;

2) $\alpha \neq 0, \beta \neq 0 - |\arg \alpha| \leq \frac{\pi}{2}, |\arg \beta| \leq \frac{\pi}{2}$ bucağından götürülmüş hər hansı kompleks ədədlərdir.

Onda $\mathbf{L}(\lambda) : u \rightarrow \mathbf{L}(\lambda)u := (L(\lambda, D_x, D_y)u, L_1(\lambda)u, L_2(\lambda)u)$

operatoru $|\arg \lambda| \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$ bucağından olan kifayət qədər böyük $|\lambda|$ -lar

üçün $W_p^2((0, 1); W_2^2(0, 1), L_2(0, 1)), 1 < p < \infty$ fəzasından

$L_p((0, 1); L_2(0, 1)) + B_{2,p,*}^{1-\frac{1}{p}}(0, 1) + B_{2,p,*}^{1-\frac{1}{p}}(0, 1)$ fəzasına izomorfizmdir və λ -nın bu qiymətlərində (0.20)–(0.22) məsələsinin həlli üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\begin{aligned} & |\lambda|^2 \|u(x, y)\|_{L_p((0,1);L_2(0,1))} + \|D_x^2 u(x, y)\|_{L_p((0,1);L_2(0,1))} + \\ & + \|D_y(a(y)D_y u(x, y))\|_{L_p((0,1);L_2(0,1))} \leq \\ & \leq C \left[\|\lambda f(x, y)\|_{L_p((0,1);L_2(0,1))} + \|f_1(y)\|_{B_{2,p}^{1-1/p}(0,1)} + \right. \\ & \left. + \|f_2(y)\|_{B_{2,p}^{1-1/p}(0,1)} + |\lambda|^{1-\frac{1}{p}} \|f_1(y)\|_{L_2(0,1)} + \|f_2(y)\|_{L_2(0,1)} \right]. \end{aligned}$$

Üçüncü fəslin ikinci paragrafında elliptik diferensial tənliklər üçün parametrlı sərhəd məsələsinin $[0, 1] \times [0, 1]$ kvadratında sərhəd şərtlərinin

birində spektral parametrdən əlavə xətti məhdud operator daxil olan halda qeyri-koersitiv həll olunması tədqiq olunur:

$$\begin{aligned} L(\lambda)u &:= \lambda u(x, y) - D_x^2 u(x, y) - \\ &- D_y(a(y)D_y u(x, y)) = f(x, y) \end{aligned} \quad (0.23)$$

$$\begin{aligned} L_1(\lambda)u &:= \alpha D_x u(1, y) + \lambda \left[b(y)u(0, y) + \int_0^1 b(t, y)u(0, t)dt \right] + \\ &+ \sum_{j=1}^{N_1} \gamma_{1j} u(x_{1j}, y) + \sum_{j=1}^{N_2} \gamma_{2j} D_x u(x_{2j}, y) + (T_1 u)(y) = f_1(y), \\ &y \in [0, 1], \end{aligned} \quad (0.24)$$

$$\begin{aligned} L_2 u &:= \beta D_x u(0, y) + \sum_{j=1}^{N_3} \gamma_{3j} u(x_{3j}, y) + \sum_{j=1}^{N_4} \gamma_{4j} D_x u(x_{4j}, y) + \\ &+ (T_2 u)(y) = f_2(y), \quad y \in [0, 1], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_3 u &:= u(x, 0) = 0, \quad x \in [0, 1], \\ L_4 u &:= u(x, 1) = 0, \quad x \in [0, 1], \end{aligned} \quad (0.25)$$

burada λ - kompleks parametr; $\alpha, \beta, \gamma_{kj}$ - hər hansı kompleksnə ədədlər; $x_{kj} \in (0, 1)$; $a(y), b(y), b(x, y)$ - hər hansı kəsilməz funksiyalardır.

Teorem 0.10. *Tutaq ki, aşağıdakı şərtlər ödənilir:*

1. $\alpha, \beta, \gamma_{kj}$ -hər hansı kompleks ədədlərdir, belə ki, $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$; $x_{kj} \in (0, 1)$; $a(y) \in C^1[0, 1], y \in [0, 1]$ üçün $a(y) > 0$;
2. $b(y) \in C^2[0, 1], b(0) = b(1) = 0$; $b(x, y) \in C^{0,2}(\Omega)$ - Ω -da kəsilməz funksiyalar fəzasıdır, belə ki, bu funksiyalar Ω -da $\frac{\partial b(x, y)}{\partial y}, \frac{\partial^2 b(x, y)}{\partial y^2}$ kəsilməz törəmələrinə malikdirlər və $x \in [0, 1]$

üçün $b(x, 0) = b(x, 1) = 0$.

Onda

$f \in W_{p,2}^{0,1}(\Omega; L_\nu u = 0, \nu = 3, 4), \quad p \in (1, \infty), \quad f_1 \in B_{2,p,*}^{1-\frac{1}{p}}(0,1),$
 $f_2 \in B_{2,p,*}^{2-\frac{1}{p}}(0,1) \quad \text{və} \quad |\arg \lambda| \leq \varphi < \pi \quad \text{bucağından götürülmüş kifayət}$
qədər böyük $|\lambda|$ -lar üçün (0.23)-(0.25) məsələsinin
 $W_{p,2}^{2,2}(\Omega; L_\nu u = 0, \nu = 3, 4) \quad \text{fəzasında yeganə həlli var və bu həll}$
üçün aşağıdakı koersitiv olmayan qiymətləndirmə doğrudur:

$$\begin{aligned} & |\lambda| \|u\|_{L_{p,2}(\Omega)} + \|u\|_{W_{p,2}^{2,2}(\Omega)} \leq C \left(|\lambda| \|u\|_{W_{p,2}^{0,1}(\Omega)} + \right. \\ & \left. + \sum_{k=1}^2 \left(\|f_k\|_{B_{2,p}^{k-\frac{1}{p}}(0,1)} + |\lambda|^{\frac{k}{2}-\frac{1}{2p}} \|f_k\|_{L_2(0,1)} \right) \right). \end{aligned}$$

Müəllif öz elmi rəhbəri riyaziyyat üzrə elmlər doktoru B.Ə.Əliyevə məsələnin qoyuluşuna və işə göstərdiyi daimi diqqətə görə öz dərin minnətdarlığını bildirir. Müəllif həmçinin dəyərli məsləhətlərinə görə prof. Ya. Yaqubova öz minnətdarlığını bildirir.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Алиев Б.А., Курбанова Н.К. О свойствах собственных значений одной краевой задачи для эллиптического дифференциально – операторного уравнения второго порядка. Актуальные проблемы математики и информатики. Тезисы Международной конференции, посвященной 90 – летию со дня рождения Гейдара Алиева, Баку 2013, с. 119 – 120.
2. Алиев Б.А., Курбанова Н.К. Разрешимость краевой задачи Редже для эллиптического дифференциально – операторного уравнения второго порядка. Функционально – дифференциальные уравнения и их приложения. Материалы VI Международной научной

конференции, посвященной 80 – летию профессоров Р.Г. Алиева и А.Р. Эфендиева. Махачкала 2013, с. 23-27.

3. Алиев Б.А., Курбанова Н.К. Асимптотическое поведение собственных значений задачи Редже для эллиптического дифференциально – операторного уравнения второго порядка. Актуальные проблемы математики и механики. Материалы Международной конференции, посвященной 55 – летию Института Математики и Механики. Баку 2014, с. 30 – 31.

4. Aliev B.A., Kurbanova N.K. Asymptotic behavior of eigenvalues of a boundary value problem for a second order elliptic differential – operator equation. Proceedings of IMM, of NAS of Azerbaijan, 2014, vol. 40, Special Issue, p. 23-29.

5. Aliev B.A., Kurbanova N.K. Solvability of a boundary value problem for a second order elliptic differential – operator equation with a spectral parameter in the equation and in boundary conditions. MADEA 7, Azerbaijan – Turkey – Ukrainian International Conference, Mathematical Analysis, Differential Equations and their Applications, Abstracts, Baku 2015, p. 15.

6. Алиев Б.А., Курбанова Н.К. Об одной краевой задаче для эллиптических дифференциально – операторных уравнений второго порядка с квадратичным спектральным параметром. Функционального – дифференциальные уравнения и их приложения. Материалы VII Международной научной конференции, посвященной 80 – летию проф. Г.А. Магомедова. Махачкала 2015, с. 21 – 23.

7. Aliev B.A., Kurbanova N.K and Yakubov Ya. Solvability of the abstract Regge boundary value problem and asymptotic behavior of eigenvalues of one abstract spectral problem. Riv. Mat. Univer. Parma. Italy, 2015, vol. 6, no. 2, p. 241 – 265.

8. Kurbanova N.K. A boundary value problem for elliptic – differential operator equations with a spectral parameter in the equation and in the boundary conditions. Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan 2015, vol. 41, p. 63 – 76.

9. Алиев Б.А., Курбанова Н.К. Асимптотическое поведение собственных значений одной краевой задачи для операторного уравнения Штурма – Лиувилля. Известия Педагогического Университета, 2016, том 64, № 2, стр. 33 – 41.

10. Aliev B.A., Kurbanova N.K. A boundary value problem for second order elliptic differential – operator equations with a quadratic spectral

parameter. International Workshop on Non – Harmonic Analysis and Differential Operators Abstracts, Baku 2016, p 14.

11. Aliev. B.A., N.K. Kurbanova. Solvability of a boundary value problem for second order differential – operator equations with a spectral parameter in both the equation and boundary conditions. Transactions of NAS of Azerbaijan, 2016, vol.36, № 4, p 22-36.

НАРГЮЛЬ КАМАНДАР кызы КУРБАНОВА

**ИССЛЕДОВАНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ
ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-
ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С
ОПЕРАТОРОМ И СО СПЕКТРАЛЬНЫМ ПАРАМЕТРОМ
В ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ**
АННОТАЦИЯ

Диссертационная работа посвящена исследованию разрешимости, а также некоторых спектральных свойств краевых задач для эллиптических дифференциально-операторных уравнений второго порядка в гильбертовом пространстве H , в случае, когда, один и тот же спектральный параметр входит и в уравнение, и в краевые условия. В диссертации получены следующие основные результаты:

Найдено достаточное условие, обеспечивающее коэрцитивную разрешимость абстрактных краевых задач Редже, также доказано вещественность собственных значений соответствующих однородных краевых задач, получены асимптотические формулы для собственных значений; Найдены достаточные условия, обеспечивающие коэрцитивную разрешимость краевых задач для эллиптического дифференциально – операторного уравнения второго порядка, в случае, когда один и тот же спектральный параметр участвует в уравнение квадратично, а в краевых условиях линейно где краевые условия разделенные и не разделенные, по отдельности. Изучено также асимптотическое поведение собственных значений соответствующих однородных краевых задач, получены асимптотические формулы для собственных значений; Установлена некоэрцитивность разрешимости одной краевой задачи для эллиптических дифференциально – операторных уравнений второго порядка со спектральным параметром в уравнении и в граничных условиях в случае, когда в одном из граничных условий помимо спектрального параметра присутствует и линейный ограниченный оператор в главной части данного условия; Полученный абстрактный результат применен к соответствующим краевым задачам для эллиптических уравнений в частных производных второго порядка в квадрате $[0,1] \times [0,1]$.

NARGUL KAMANDAR kizi KURBANOVA

**STUDYING BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR SECOND
ORDER ELLIPTIC DIFFERENTIAL-OPERATOR EQUATION
WITH AN OPERATOR AND SPECTRAL PARAMETER IN THE
BOUNDARY CONDITIONS**

SUMMARY

In the dissertation work, in Hilbert space H , in infinite segment, coercive solvability of boundary value problems is studied for second order elliptic differential-operator equations in the case when one and the same special parameter participates quadratically in the equation, linearly in boundary conditions, moreover the boundary conditions may be separated or non-separable each taken separately. Asymptotic behavior of eigen values of appropriate homogeneous boundary value problems was also studied and asymptotic formulas for eigen values in separate cases were obtained.

Furthermore, in the dissertation work it is proved that in Hilbert space in the finite segment, the coercive solvability of boundary values for second order elliptic differential-operator equations with a spectral parameter is of the same order in the equation and in the boundary conditions in addition of a spectral parameter there is a linear bounded operator in the principal part of the given condition the obtained abstract results admit do study non-coercive solvability of a new class of boundary value problems for elliptic partial differential equations of second order in non-smooth domains.

The theme of the dissertation work is arguent and may useful when studying diffraction problems in electrodynamics.