

AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
AKADEMİK Ə. İ. HÜSEYNOV adına İDARƏETMƏ
SİSTEMLƏRİ İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

NAZİM NƏRİMAN OĞLU MƏMMƏDOV

TAMƏDƏDLİ PROQRAMLAŞDIRMA
MƏSƏLƏLƏRİNDƏ ZƏMANƏTLİ HƏLL
ANLAYIŞI VƏ ONUN QURULMASI ALQORİTMLƏRİ.

1203.01 - Kompüter elmləri

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim olunmuş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

BAKİ - 2015

İş Azərbaycan MEA akademik Ə.İ.Hüseynov adına İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun “Diskret optimallaşdırma modelləri və üsulları” laboratoriyasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru,
professor **Məmmədov K. Ş.**

Rəsmi opponentlər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru,
professor, **Yaqubov M. H.**
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi,
dosent, **Abdullayev V.M.**

Aparıcı təşkilat: Sumqayıt Dövlət Universiteti,
“Diferensial tənliklər və optimallaşdırma
kafedrası”

Müdafiə 19 iyun 2015-ci il saat 13 : 00 -da Azərbaycan MEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun nəzdindəki D 01.121 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: AZ 1141, Bakı ş., B. Vahabzadə küçəsi, 9.

Dissertasiya ilə Azərbaycan MEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Avtoreferat 18 may 2015-ci ildə göndərilmişdir.

D 01.121 Dissertasiya şurasının elmi katibi,
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dos.

Ə. B. PAŞAYEV

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. Tamədədli proqramlaşdırma məsələlərinə və bunun xüsusi hallarına iqtisadiyyatın və texnikanın optimal qərarlar qəbul etməklə bağlı müxtəlif layihələşdirmə, planlaşdırma, idarə etmə, marketing və s. məsələlərini modelləşdirərkən rast gəlinir. Bu məsələlər riyaziyyatın kombinatorika, diskret analiz, əməliyyatlar tədqiqi, diskret ekstremal məsələlər nəzəriyyəsi, kompüter elmləri, qraflar nəzəriyyəsi və s. sahələri ilə əlaqədardır. Ümumiyyətlə götürdükdə, tamədədli xətti proqramlaşdırma məsələlərinin riyazi modeli aşağıdakı kimidir.

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad (i = \overline{1, m}), \quad (2)$$

$$0 \leq x_j \leq d_j, \quad (j = \overline{1, n}), \quad (3)$$

$$x_j - \text{tamdır}, \quad (j = \overline{1, n}). \quad (4)$$

Burada $a_{ij} \geq 0$, $b_i > 0$, $c_j > 0$ və $d_j > 0$, $(i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n})$ verilmiş ədədlərdir.

Bu məsələyə bir iqtisadi interpretasiya verək. Tutaq ki, n dənə müəssə sayla ifadə olunan müxtəlif məhsullar istehsal etməlidir. Bu məhsulların istehsalı üçün m növ b_i , $(i = \overline{1, m})$ resursları (vəsaitləri, xammalları və s.) ayrılmışdır. j - ci növ $(j = \overline{1, n})$ məhsulun bir vahidinin istehsalına sərf olunan i - ci növ $(i = \overline{1, m})$ resursun (vəsaitin) miqdarını a_{ij} , $(i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n})$ ilə işarə edək. c_j - ilə j - ci $(j = \overline{1, n})$ növ məhsulun bir vahidin qiymətini işarə edək. Bu zaman məsələ belə qoyulur: hansı məhsuldan hansı miqdarda istehsal etməli ki, onların istehsalına çəkilən ümumi resursun (vəsaitin) miqdarı ayrılmış uyğun resurslardan (vəsaitlərdən) çox olmasın və eyni zamanda əldə olunan ümumi gəlir (qazanc, mənfəət, effekt və s.) maksimal olsun. Aydındır ki, bu məsələnin riyazi modeli (1) - (4) şəklində olar.

Qeyd edək ki, (1) - (4) məsələsi və onun müxtəlif xüsusi halları (məsələn bir və ya çox məhdudiyyətli Bul proqramlaşdırması, tamədədli proqramlaşdırması məsələsi, tam ədədli “çanta” məsələsi və s.) müxtlif

müəlliflər tərəfindən tədqiq olunmuşdur və onların dəqiq və ya təqribi həllərinin tapılması üçün müxtəlif xarakterli üsullar işlənilmişdir.

Bu müəlliflərdən Azərbaycanda Abdullayev V.M., Aydazadə K.R., Babayev C.Ə., Əhmədov F.B., Əliyev Ə.Ə., Feyziyev F.G., Hüseynov S.Y., Məmmədov K.Ş., Mənsimov K.B., Mərdanov S.S., Musayeva T.M., Nəsimov Ə.N., Nuriyev Ü.Q., Şəxəliyev N.Ş., Vəliyev H.P. xaricdə isə Yemeliçev V.A., Kovalov M.M., Sergiyenko İ.V., Martello S., Pisinger D., Marsman S., Senju S., Toyoda Y. və s. müəlliflərini göstərmək olar.

Qeyd edək ki, dissertasiya işində (1) - (4) məsələsinin və ya onun hər hansı xüsusi hallarının dəqiq həllərinin tapılması məsələlərinə baxmırıq. Hesab edirik ki, bu məsələnin və ya onun müəyyən xüsusi hallarının optimal həlli və ya hər hansı suboptimal həlli məlum üsullarla tapılmışdır. Bu zaman məqsəd funksiyasının maksimal qiyməti məlum olur. Adətən praktiki lahiyələşdirmə məsələlərinin həlli zamanı bu qiymət sifarişçini təmin etməyə bilər. Başqa sözlə sifarişçi həmin maksimal qiymətdən (gəlirdən, mənfəətdən və s.) bir qədər də çox alınmasını istəyər. Bu zaman təbii olaraq məhdudiyyət şərtlərinin sağ tərəflərini (yəni ayrılmış vəsaitləri, resursları) artırmaq lazımdır. Beləliklə, aşağıdakı yeni məsələ meydana çıxır: ayrılmış resursları minimal olaraq elə artırmalı ki, məqsəd funksiyası qeyd olunmuş ədəddən kiçik olmayan qiymət alsın.

Fərz edək ki, (1) - (4) məsələsinin $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ optimal həlli və ya $X^s = (x_1^s, x_2^s, \dots, x_n^s)$ suboptimal həlli müəyyən bir üsul ilə tapılıb. Onda (1) funksiyasının qiyməti uyğun olaraq

$$f^* = \sum_{j=1}^n c_j x_j^* \text{ və ya } f^s = \sum_{j=1}^n c_j x_j^s$$

olar. Tutaq ki, f^* və ya f^s ədədini müəyyən $\Delta^* = \left[f^* \cdot \frac{p}{100} \right]$ və ya $\Delta^s = \left[f^s \cdot \frac{p}{100} \right]$ ədədi qədər artırmaq istəyirik. Burada p ədədi f^* və ya f^s kəmiyyətinin artım faizidir. Aydındır ki, bu zaman (2) sistemindəki b_i , $(i = \overline{1, m})$ ədədlərini də müəyyən qədər artırmalıyıq. Təbii olaraq aşağıdakı məsələ meydana gəlir: elə minimal δ_i , $(i = \overline{1, m})$ tam ədədləri tapmalı ki, (2) sisteminin sağ tərəflərini $b_i + \delta_i$, $(i = \overline{1, m})$ ilə əvəz

etdikdə alınan məsələdə (1) funksiyanın maksimal qiyməti $f^* + \Delta^*$ və ya $f^* + \Delta^*$ ədədindən kiçik olmasın. Beləliklə aşağıdakı məsələni alırıq:

$$\delta_i \rightarrow \min, \quad (i = \overline{1, m}), \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i + \delta_i, \quad (i = \overline{1, m}), \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \geq f^* + \Delta^*, \quad (7)$$

$$0 \leq x_j \leq d_j, \quad (j = \overline{1, n}) \text{ və tamdırlar.} \quad (8)$$

Burada f^* və Δ^* əvəzinə f^z və Δ^z yazmaqla alınan modeldə suboptimal həlldən söhbət gedəcək. Qeyd edək ki, (5) - (8) məsələsi çox kriteriyalı və xüsusi tipli diskret optimallaşdırması məsələsidir. Bu məsələni nəzəri olaraq məlum üsullarla həll etmək olar. Lakin həmin üsullarla böyük ölçülü belə məsələlərin optimal həllinin (yəni Pareto çoxluğunda yaxşılaşmayan taməddli həllinin) real zaman müddətində tapılması mümkün deyil. Çünki, o NP-tam sinfindədir.

Aydındır ki, çoxsaylı iqtisadi layihələşdirmə və marketing məsələlərinin riyazi modelləri (5) - (8) məsələsi şəklində alınar. Ona görə də bu məsələnin və onun xüsusi həllərinin optimal və ya suboptimal həllərinin tapılması həm nəzəri, həm də mühüm praktiki əhəmiyyətə malikdir. Dissertasiya işində (5) - (8) məsələsi və onun bütün xüsusi halları (yəni bir və ya çox məhdudiyyətli Bul və taməddli proqramlaşdırması məsələləri) üçün müəyyən həll üsulları işlənilmişdir.

Qeyd edək ki, klassik taməddli proqramlaşdırma məsələsindən fərqli olaraq (5) - (8) məsələsinin optimal və ya suboptimal həlli (5) məqsəd funksiyasından və (6) – sisteminin sağ tərəfindəki $\delta_i, (i = \overline{1, m})$ ədədlərindən aslıdır. Ona görə də, biz (5) - (8) məsələsinə əsaslanaraq (1) - (4) məsələsi üçün yeni zəmanətli həll və zəmanətli suboptimal həll anlayışları vermişik və bu həllərin tapılması üçün asan yerinə yetrilə bilən alqoritmlər işləmişik. Həmin alqoritmlərdə məsələnin parametrləri qeyd olunduqda bu məsələnin suboptimal həllərinin tapılması lazım gəlir. Bu həllərin tapılması üçün dissertasiya işində yeni üsullar işlənilmişdir. Beləliklə dissertasiya işinin mövzusunun aktuallığı bir başa görünür.

İşin əsas məqsədi. İşdə əsas məqsəd aşağıdakılardan ibarətdir:

- Taməddli proqramlaşdırma məsələsində məchulləri iki-iki seçib onların eyni zamanda qiymətlərini tapmaqla suboptimal həllin qurulması.

- Çanta məsələsi üçün zəmanətli həll və zəmanətli suboptimal həll anlayışları verib, onların tapılması alqoritmlərinin işlənilməsi.

- Bul proqramlaşdırma məsələsi üçün zəmanətli həll və zəmanətli suboptimal həll anlayışları verib, onların tapılması üsullarının işlənilməsi.

- Taməddli çanta məsələsində zəmanətli həllin və zəmanətli suboptimal həllin qurulması alqoritmlərinin işlənilməsi.

- Taməddli proqramlaşdırma məsələsində zəmanətli həllin və zəmanətli suboptimal həllin qurulması.

- Təklif olunmuş üsulların proqramlarının qurulması və müxtəlif ölçülü məsələlər üzərində geniş hesablama eksperimentlərinin aparılması.

Tədqiqat üsulları. Dissertasiya işində optimallaşdırma nəzəriyyəsindən, taməddli proqramlaşdırma üsullarından, kombinator analizdən, çox kriteriyalı taməddli proqramlaşdırma məsələsindən, mürəkkəblik nəzəriyyəsindən, riyazi modelləşdirmə prinsiplərindən və proqram komplekslərinin yaradılması qaydalarından istifadə olunmuşdur.

Elmi yeniliklər. İşin əsas elmi yenilikləri aşağıdakılardan ibarətdir:

- Taməddli xətti proqramlaşdırma məsələlərində məchulləri iki-iki seçib onların eyni zamanda qiymətlərini tapmaqla suboptimal həlllərinin qurulması qaydası verilmişdir.

- Çanta məsələsi üçün zəmanətli həll və zəmanətli suboptimal həll anlayışları verilmiş, onların tapılması alqoritmləri işlənilmişdir.

- Bul proqramlaşdırma məsələsi üçün zəmanətli həll və zəmanətli suboptimal həll anlayışları verilmiş, onların tapılması üsulları verilmişdir.

- Taməddli çanta məsələsində zəmanətli həllin və zəmanətli suboptimal həllin qurulması alqoritmləri işlənilmişdir.

- Taməddli proqramlaşdırma məsələsində zəmanətli həll və zəmanətli suboptimal həlllərin tapılması üsulları təklif olunmuşdur.

İşin praktik əhəmiyyəti. Dissertasiya işində qurulmuş riyazi modellərdən və onların həlli üçün təklif olunmuş üsullardan iqtisadiyyatın və texnikanın optimal seçmə, optimal qərarlar qəbul etmə, məhsulları sayla

ifadə olunan istehsal sahələrində və marketing məsələlərində qarşıya çıxan layihələndirmə problemlərinin həllində istifadə oluna bilər.

İşə əlavə olunmuş proqram kompleksi vasitəsilə real praktiki məsələlərin həllərini tapmaq olar. Bu proqram kompleksini uyğun olaraq real praktiki optimal seçmə məsələlərinə və optimal qərar qəbul etmə məsələlərinə tətbiq etmək olar.

İşin aprobasiyası. Dissertasiya işində alınmış əsas nəticələr aşağıda göstərilən respublika səviyyəli və Beynəlxalq konfranslarda, eləcədə elmi seminarlarda məruzə olunmuş və müzakirələrdən keçmişdir.

- BDU-nun 90 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq elmi konfrans, Bakı, 2009,30-31 oktyabr.
- Azərbaycan MEA-nın aspirantlarının elmi konfransı may, 2010.
- The Third International Conference “Problems of Cybernetics and Informatics”. Bakı, 2010, 6-8 september.
- IV International Conference “Problems of Cybernetics and Informatics” , Bakı, 2012, 12-14 september.
- Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının İdarəetmə Sistemləri İnstitutundakı elmi seminar (2009 – 2014 –cü illər, professor K.Ş.Məmmədovun rəhbərliyi ilə).

Publikasiya. Dissertasiya işinin mövzusu ilə bağlı 13 elmi əsər çap olunmuşdur. Bunlardan 4 ədədi konfrans materialıdır.

İşin strukturu və həcmi. Dissertasiya işi girişdən, 3 fəsildən, nəticələrdən, 209 adda istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısından və əlavədən ibarətdir. İş ümumilikdə 147 səhifədən və 37 cədvəldən ibarətdir.

DİSSERTASIYANIN MƏZMUNU.

Dissertasiya işinin birinci fəslinin 1.1 yarımfəslində aşağıdakı kimi çanta məsələsinə baxılmışdır :

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b, \quad (10)$$

$$x_j = 1 \vee 0, \quad (j = \overline{1, n}). \quad (11)$$

Burada ümumiliyi pozmadan fərz edirik ki, $c_j > 0, a_j > 0, (j = \overline{1, n}), b > 0$ və $\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$ şərtləri ödənilir.

(9) - (11) məsələnin suboptimal həllinin qurulması üçün məlum üsullarda məchullar yalnız bir – bir seçilməklə qiymətləndirilir. Biz isə fərqli olaraq iki məchulun eyni zamanda seçilib qiymətləndirilməsi üçün kriteriya çıxarmışıq və onun əsasında alqoritm vermişik. Bu kriteriya aşağıdakından ibarətdir :

$$(j_1^*, j_2^*) = \arg \max_{j_1 < j_2, a_{j_1} \mid a_{j_2}} \frac{c_{j_1} + c_{j_2}}{a_{j_1}} \quad (12)$$

Burada $j_1 = 1, 2, \dots, n-1, j_2 = 2, 3, \dots, n$ qiymətlərini alır. Aşağıdakı teoremlər isbat olunmuşdur :

Teorem 1. Tutaq ki, ω_1 və ω_2 çoxluqları $\{1, 2, \dots, n\}$ çoxluğunun iki müxtəlif alt çoxluqlarıdır və $|\omega_1| = |\omega_2|$. Əgər

$$\max_{j_1 \in \omega_1} j_1 \leq \min_{j_2 \in \omega_2} j_2$$

şərti ödənilərsə, onda

$$\sum_{j_1 \in \omega_1} c_{j_1} / \sum_{j_1 \in \omega_1} a_{j_1} \geq \sum_{j_2 \in \omega_2} c_{j_2} / \sum_{j_2 \in \omega_2} a_{j_2}$$

münasibətləri doğrudur.

Teorem 2. Tutaq ki,

$$\max_{j_1 \neq j_2} \left\{ \frac{c_{j_1} + c_{j_2}}{a_{j_1} + a_{j_2}} \right\} = \frac{c_{j_1^*} + c_{j_2^*}}{a_{j_1^*} + a_{j_2^*}}$$

tapılmışdır, belə ki, $j_1^* < j_2^*$. Onda $j_1^* = 1$ olar.

Teorem 3. (9)-(11) məsələsinin suboptimal həllinin qurulması üçün iki-iki seçmə alqoritminin tələb etdiyi əməliyyatların maksimal sayı

$$\frac{n(n+1)(n+2)}{3} - \frac{n}{2} + \text{const.}$$

qədərdir.

Teorem 1 və teorem 2 göstərir ki, məchulların iki – iki seçilməsi zamanı hər bir (j_1^*, j_2^*) cütündəki j_1^* nömrəsi məlum bir – bir seçmə

alqoritmində hökmə seçilməlidir. Deməli burada təklif olunmuş iki – iki seçmə kriteriyası ilə tapılmış həll məchulların məlum bir – bir seçilməsi alqoritminin verdiyi həlldən pis ola bilməz.

Teorem 3 göstərir ki, məchulların iki – iki seçilməsi üsulunun zaman mürəkkəbliyi $O(n^2)$ tərtibdəndir, yəni alqoritm polynomial zaman mürəkkəbliyinə malikdir.

Dissertasiya işinin birinci fəslinin 1.2 yarım fəslində aşağıdakı kimi tamədədlı çanta məsələsinə baxılmışdır :

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max \quad (13)$$

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b, \quad (14)$$

$$0 \leq x_j \leq d_j, \quad (j = \overline{1, n}), \quad (15)$$

$$x_j, d_j - \text{tamdır}, (j = \overline{1, n}). \quad (16)$$

Ümumiliyi pozmadan qəbul edirik ki, $c_j > 0, a_j > 0, (j = \overline{1, n}), b > 0$ və aşağıdakı münasibət ödənilir:

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}.$$

Bu məsələnin də suboptimal həllinin qurulması üçün məchulların enyi zamanda ikisinə qiymət verməyə əsaslanan alqoritm birinci fəslin 1.2 yarım fəslində verilmişdir. Həmin alqoritm

$$\max_{j_1, j_2} \frac{c_{j_1} + c_{j_2}}{a_{j_1} + a_{j_2}} = \frac{c_{j_1^*} + c_{j_2^*}}{a_{j_1^*} + a_{j_2^*}} \quad (17)$$

kriteriyasına əsaslanmışdır.

Qeyd edək ki, (13) – (16) məsələsində məchulların iki – iki seçilməsi üsulunun zaman mürəkkəbliyi $O(dn^2)$ tərtibdəndir. Burada

$$d = \max_j d_j.$$

Bu yarımfəsildə eyni zamanda göstərilmişdir ki, məchulların qiymətlərinin iki – iki seçilməsi alqoritminin (13) funksiyasına verdiyi qiymət , bir – bir seçmə alqoritminin verdiyi qiymətdən kiçik ola bilməz.

Dissertasiya işinin 1.3 yarımfəslində aşağıdakı formada tamədədli proqramlaşdırma məsələsində iki məchula eyni zamanda qiymət seçməklə suboptimal həllin qurulması alqoritmi işlənilmişdir.

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max \quad (18)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, (i = \overline{1, m}) \quad (19)$$

$$0 \leq x_j \leq d_j, \quad x_j - \text{tamdır}, (j = \overline{1, n}). \quad (20)$$

Burada $a_{ij} \geq 0$, $b_i > 0$, $c_j > 0$ və $d_j > 0$, $(i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n})$ verilmiş ədədlərdir. (18) – (20) məsələsinin suboptimal həllinin qurulması üçün bütün məlum üsullarda hər hansı bir dənə x_{j^*} məchuluna $0 \leq x_{j^*} \leq d_{j^*}$ intervalında tam qiymət vermək məqsədi ilə müəyyən bir kriteriya çıxarılır. Əksər üsullarda bu kriteriya aşağıdakı şəkildə olur.

$$j^* = \arg \max_j \frac{c_j}{p_j}$$

Bütün məlum suboptimal həll üsulları adətən $p_j (j = \overline{1, n})$ kəmiyyətlərinin seçilməsi ilə bir-birindən fərqlənilir. Bu zaman hər hansı bir dənə x_{j^*} məchulu qiymət alır. Biz isə bu yarımfəsildə müəyyən iki dənə x_{j_1} xə x_{j_2} məchuluna eyni zamanda qiymət verməyə əsaslanan üsullar iləmişik. Bu üsullardan birincisində qiymət alası iki məchulun j_1^* və j_2^* nömrələri aşağıdakı kimi təyin olunur.

$$(j_1^*, j_2^*) = \arg \max_{(j_1, j_2) \in A} \left\{ \frac{c_{j_1} + c_{j_2}}{\max_i (a_{ij_1} + a_{ij_2})} \right\} \quad (21)$$

Burada başlanğıcda

$A = \{(j_1, j_2) \mid j_1 < j_2, j_1 \in \{1, 2, \dots, n-1\}, j_2 \in \{2, 3, \dots, n\}\}$ qəbul etmişik.

Məchulların iki-iki seçilib qiymətləndirilməsi mümkün olmadıqda yerdə qalanlarını bir-bir seçib qiymətləndirmək lazımdır. Bunun üçün $B = \{1, 2, \dots, n\} \setminus C$ qəbul edib aşağıdakı (22) məlum kriteriyasından istifadə olunur.

$$j^* = \arg \max_{j \in B} \left\{ \frac{c_j}{\max_i a_{ij}} \right\} \quad (22)$$

Burada $C = \{j \mid x_j = 0\}$.

(18) – (20) məsələsinin həlli üçün 1.3 yarımfəslində təklif olunmuş ikinci üsulun əsaslandığı kriteriyanı aydınlaşdırmaq üçün həmin məsələni aşağıdakı ekvivalent formada yazaq.

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max \quad (23)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq 1, (i = \overline{1, m}) \quad (24)$$

$$0 \leq x_j \leq d_j, \quad x_j - \text{tamdır}, (j = \overline{1, n}) \quad (25)$$

Burada $a_{ij} := a_{ij} / b_i$, $(i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n})$. Aşağıdakı işarələmələri qəbul edək.

$$P_0 = (1, 1, \dots, 1)^T, \quad P_j = (\alpha_{1j}, \alpha_{2j}, \dots, \alpha_{mj})^T, \quad (j = \overline{1, n}),$$

$$\omega = \{j \mid x_j > 0\}, \quad r_i = \sum_{j \in \omega} a_{ij} x_j, \quad (i = \overline{1, m}).$$

Burada $\mathbf{T}$ transponirə olunmanı göstərir.

Burada da həll qurma prosesi $X = (0, 0, \dots, 0)$ həllindən başlayır. Hər növbəti j_1^* və j_2^* nömrəli $x_{j_1^*}$ və $x_{j_2^*}$ məchullarının qiymətləndirilməsi

$$\begin{aligned} & \max_{(j_1, j_2) \in A} \left\{ (c_{j_1} + c_{j_2}) / \sum_{i=1}^m (\alpha_{ij_1} + \alpha_{ij_2}) r_i \right\} = \\ & = (c_{j_1^*} + c_{j_2^*}) / \sum_{i=1}^m (\alpha_{ij_1^*} + \alpha_{ij_2^*}) r_i. \end{aligned} \quad (26)$$

kriteriyası ilə yerinə yetirilir.

Başlanğıcda

$$A = \{(j_1, j_2) \mid j_1 < j_2, j_1 \in \{1, 2, \dots, n-1\}, j_2 \in \{2, 3, \dots, n\}\}$$

qəbul edirik. Beləliklə hər növbəti j_1^* və j_2^* nömrəsi seçib eyni zamanda $x_{j_1^*} := x_{j_1} + 1$, $x_{j_2^*} := x_{j_2} + 1$ qəbul etmək üçün (26) kriteriyasından istifadə edirik. Bu proses $A = \emptyset$ olana kimi davam etdirilir. Bundan sonra yerdə qalan məchulları bir-bir seçib, qiymətlərini bir vahid artırmaq lazımdır. Bunun üçün (26) kriteriyasının xüsusi halı olan

$$\max_{j \in B} \left\{ c_j / \sum_{i=1}^m \alpha_{ij} r_i \right\} = c_{j^*} / \sum_{i=1}^m \alpha_{ij^*} r_i. \quad (27)$$

münasibətindən tapılmış j^* nömrəsi üçün x_{j^*} dəyişənin qiymətinin bir vahid artırılması yoxlanılır. Burada $B := \{1, 2, \dots, n\} \setminus C$, $C = \{j \mid x_j = 0\}$ qəbul etmişik. Proses (27) kriteriyasından istifadə etməklə o vaxta qədər davam etdirilir ki, $B = \emptyset$ olsun.

Dissertasiya işinin ikinci fəslində Bul proqramlaşdırması məsələlərində zəmənatlı həll və zəmənatlı suboptimal həll anlayışları verilmiş və həmin həllərin tapılması üçün üsullar işlənilmişdir.

İşin 2.1 yarım-fəslində aşağıdakı kimi çanta məsələsinə baxılır :

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max \quad (28)$$

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b, \quad (29)$$

$$x_j = 1 \vee 0, \quad (j = \overline{1, n}). \quad (30)$$

Burada ümumiliyi pozmadan fərz edirik ki, $c_j > 0$, $a_j > 0$, $(j = \overline{1, n})$, $b > 0$ təmsilçilər və $\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$ şərtləri ödənilir.

Bu yarım-fəsilə biz (28)-(30) məsələsinin optimal, yaxud suboptimal həllinin tapılması problemlərinə baxmırıq. Hesab edirik ki, (28)-(30) məsələsinin $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ optimal həlli, yaxud

$X^S = (x_1^S, x_2^S, \dots, x_n^S)$ suboptimal həlli müəyyən məlum üsullarla tapılıb. Bu zaman maksimal gəlir

$$f^* - \sum_{j=1}^n c_j x_j^* \text{ yaxındən azı } f^* - \sum_{j=1}^n c_j x_j^S$$

qədər olar.

Tutaq ki, f^* miqdarda gəlir bizi təmin etmir. Başqa sözlə f^* gəlirini bir qədər də artırmaq, məsələn ən azı p faiz artırmaq lazımdır. Təbii ki, bu zaman əvvəldən ayrılmış b miqdarda vəsaiti də artırmalıyıq. Beləliklə biz aşağıdakı kimi yeni bir məsələ ilə qarşılaşırıq : ayrılmış b miqdarda vəsaiti ən azı nə qədər artırmalıyıq ki, məlum $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ həllinə görə tapılmış f^* gəliri ən azı Δ qədər artsın. Bu zaman həmin artımı təmin edən həlli də tapmaq lazımdır. Xüsusi halda, $\Delta = \left\lceil f^* \frac{p}{100} \right\rceil$ olar, yəni ən azı p faiz artıq gəlir əldə edilsin.

Tələb olunur ki, məlum b miqdarada vəsaitin üzərinə elə minimal δ tam ədədi əlavə etməli ki, alınmış (28)-(30) məsələsində (28) funksiyasının qiyməti $f^* + \Delta$ ədədindən kiçik olmasın. Burada Δ verilmiş müsbət tam ədəddir. Beləliklə riyazi model aşağıdakı kimi olar :

$$\delta \rightarrow \min \quad (31)$$

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b + \delta, \quad (32)$$

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \geq f^* + \Delta, \quad (33)$$

$$x_j = 1 \vee 0, \quad (j = \overline{1, n}). \quad (34)$$

Aydın ki, $\delta > 0$ və tam olmalıdır. Çünki $\delta = 0$ olarsa $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ həlli (28) funksiyasına maksimal f^* qiyməti verdiyindən (33) şərti ödənilə bilməz.

(31)-(34) məsələsinin optimal həlli dedikdə elə $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ikilik vektorunun tapılması başa düşülür ki, (32), (33) sistemi ödənilsin və eyni zamanda δ kəmiyyəti minimal tam qiymət alsın.

Qeyd edək ki, (31)-(34) məsələsinin optimal həllini tapmaq üçün real olmayan kompyuter vaxtı lazım gəlir. Çünki bu məsələ NP-tam

sinifdədir. Ona görə də biz (31)-(34) məsələsinin suboptimal həllinin tapılmasına baxırıq. Suboptimal həll dedikdə isə (32)-(34) şərtlərini ödəyən elə $X^s = (x_1^s, x_2^s, \dots, x_n^s)$ vektoru başa düşülür ki, bu həllə görə δ kəmiyyəti kifayət qədər kiçik qiymət alsın.

(31)-(34) məsələsinin suboptimal həllinin tapılması üçün bu işdə dixotomiya prinsipinə əsaslanan üsul işlənmişdir, onun proqramı qurulmuş və hesablama eksperimentləri aparılmışdır.

Əvvəl aşağıdakı anlayışları verək.

Tərif 1. Qeyd olunmuş $\delta > 0$ tam ədədi üçün (32), (33) sistemini ödəyən hər bir ikilik (yəni sıfır və ya birlərdən ibarət) $K = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ vektoruna (31) – (34) məsələsinin mümkün həlli deyəcəyik.

Tərif 2. (31)-(34) məsələsində mümkün həllər içərisindən δ kəmiyyətinə ən kiçik müsbət tam qiymət verən $X^s = (x_1^s, x_2^s, \dots, x_n^s)$ həllinə (28)-(30) məsələsinin zəmanətli həlli deyəcəyik.

Tərif 3. (31)-(34) məsələsində δ kəmiyyətinə mümkün qədər kiçik qiymət verən $X^s = (x_1^s, x_2^s, \dots, x_n^s)$ mümkün həllinə (28)-(30) məsələsinin zəmanətli suboptimal həll deyəcəyik.

Bu yarımfasildə (28)-(30) məsələsinin zəmanətli suboptimal həllinin tapılması üçün bir üsul işlənmişdir.

Qeyd edək ki, (28)-(30) məsələsinin ilk $X^s = (x_1^s, x_2^s, \dots, x_n^s)$ suboptimal həlli aşağıdakı məlum düsturla tapılır: hər bir $(j = 1, 2, \dots, n)$ üçün

$$x_j^s = \begin{cases} 1, & \sum_{i=1}^{j-1} a_i x_i + a_j \leq b, \text{ olarsa} \\ 0, & \text{əks halda.} \end{cases} \quad (35)$$

Tapılmış $X^s = (x_1^s, x_2^s, \dots, x_n^s)$ həllini (28)-də yerinə yazmaqla

$$f^s = \sum_{j=1}^n c_j x_j^s \text{ və } \Delta^s = \left\lceil \frac{f^s}{100} \right\rceil$$

ədədlərini alırıq. (31) – (34) modelində f^s və Δ ədədlərini f^s və Δ^s ilə əvəz etməklə alınan modeldə δ kəmiyyətinin minimal quyməti tapılmalıdır. Bu zaman biz dixotomiya (yariya bölmə) prinsipindən istifadə etmişik.

Dissertasiya işinin 2.2 yarımfaslında (28) – (30) məsələsinin zəmanətli həllinin tapılması üçün bir yanaşma verilmişdir. Bu məqsədlə (31) – (34) məsələsi aşağıdakı ekvivalent formaya gətirilmişdir.

$$\delta = \sum_{j=1}^n a_j x_j - b + y \rightarrow \min \quad (36)$$

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \geq f^* + \Delta, \quad (37)$$

$$x_j = 1 \vee 0, \quad (j = \overline{1, n}), \quad (38)$$

Teorem 4. (31) - (34) məsələsinin zəmanətli həllində (32) bərabərsizliyi bərabərlik kimi ödənilməlidir. Yəni (36) münasibətində $y = 0$ olmalıdır.

Dissertasiya işinin 2.3 yarımfaslında aşağıdakı kimi Bul programlaşdırması məsələsinə baxılmışdır:

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max \quad (40)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad (i = \overline{1, m}), \quad (41)$$

$$x_j = 0 \vee 1, \quad (j = \overline{1, n}). \quad (42)$$

Burada, $c_j > 0$, $a_{ij} \geq 0$, $b_i > 0$, $(i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n})$ verilmiş tam ədədlərdir.

Biz fərz edirik ki, hər hansı məlum üsul vasitəsilə (40) – (42) məsələsinin optimal yaxud müəyyən suboptimal həlli tapılmışdır, onda uyğun həllə görə (40) funksiyasının qiymətini hesablamaq olar. Fərz edək ki, həmin qiyməti (gəliri) bir qədər artırmaq istəyirik. Təbii ki, bu zaman əvvəlcədən ayrılmış b_i , $(i = \overline{1, m})$ resurslarını dəyişmək (ümumiyyətlə desək artırmaq) lazım gələcək.

Nəticədə (41) sisteminin b_i , $(i = \overline{1, m})$ sağ tərəflərinin minimal artımı hesabına (40) funksiyasının elə qiymətini tapmaq lazım gəlir ki, bu qiymət əvvəlcədən qeyd olunmuş qiymətdən kiçik olmasın. Bu zaman həmin şərtləri ödəyən $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ həllinin tapılmasında tələb olunur.

Bu yarımfəsildə belə məsələlərdən birinin riyazi modeli qurulmuş və onun həll yolu göstərilmişdir. Qeyd edək ki, buradakı nəticələr 2.1 yarımfəsilndəki nəticələrin çox ölçülü halına ümumiləşdirilməsidir.

Tutaq ki, hər hansı məlum üsul vasitəsilə (40) – (42) məsələsinin $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ optimal həlli, yaxud $X^s = (x_1^s, x_2^s, \dots, x_n^s)$ suboptimal həlli tapılmışdır onda (40) funksiyanın qiyməti uyğun olaraq

$$f^* = \sum_{j=1}^n c_j x_j^* \quad \text{və ya} \quad f^s = \sum_{j=1}^n c_j x_j^s$$

olar. Aydınır ki, $f^s \leq f^*$. Fərz edək ki, f^* və f^s kəmiyyətlərini bir qədər də artırmaq istəyirik, xüsusi halda f^* və ya f^s ədədlərini $p\%$ artırmaq lazımdır. Başqa sözlə, elə yeni $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ və ya $X^s = (x_1^s, x_2^s, \dots, x_n^s)$ həlləri tapmaq lazımdır ki, (40) funksiyanın qiyməti uyğun olaraq $f^* + \Delta^*$ və ya $f^s + \Delta^s$ ədədlərindən kiçik olmasın.

Burada xüsusi halda $\Delta^* = \left\lfloor f^* \cdot \frac{p}{100} \right\rfloor$ və ya $\Delta^s = \left\lfloor f^s \cdot \frac{p}{100} \right\rfloor$ qəbul etmək olar. Belə ki, $[z]$ işarəsi z ədədinin tam hissəsini göstərir və p ədədi qeyd olunmuş artım faizidir. Təbiidir ki, bu zaman (41) sisteminin b_i , $(i = \overline{1, m})$ sağ tərəfləri uyğun olaraq δ_i , $(i = \overline{1, m})$ vahid artırılmalıdır. Deməli elə minimal tam $\delta_i \geq 0$, $(i = \overline{1, m})$ ədədləri tapılmalıdır ki, onları (41) sisteminin uyğun sağ tərəflərinə əlavə etməklə alınmış həllər (40) funksiyanı $f^* + \Delta^*$ və ya $f^s + \Delta^s$ ədədlərindən kiçik qiymət verməməyə uyğun olaraq zəmanət versin. Beləliklə aşağıdakı riyazi modeli alırıq:

$$\delta_i \rightarrow \min, \quad (i = \overline{1, m}), \quad (43)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i + \delta_i, \quad (i = \overline{1, m}), \quad (44)$$

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \geq f^* + \Delta^*, \quad (45)$$

$$x_j = 0 \vee 1, \quad (j = \overline{1, n}). \quad (46)$$

(43) – (46) məsələsinin elə $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ həllini tapmalıyıq ki, $\delta_i, (i = \overline{1, m})$ parametrləri mənfəi olmayan minimal tam qiymətlər alsın. Əvvəlcə aşağıdakı tərifləri verək:

Tərif 4. Qeyd olunmuş $\delta_i \geq 0, (i = \overline{1, m})$ tam ədədləri üçün (44) – (46) şərtlərini ödəyən hər bir n ölçülü $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ vektoruna (43) – (46) məsələsinin mümkün həlli deyəcəyik.

Tərif 5. (43) – (46) məsələsinin $X^s = (x_1^s, x_2^s, \dots, x_n^s)$ mümkün həllinə o zaman (40) – (42) məsələsinin zəmanətli həlli deyəcəyik ki, həmin həll $\delta_i \geq 0, (i = \overline{1, m})$ parametrlərinə minimal tam qiymət verməyi təmin etsin.

Qeyd edək ki, (43) – (46) məsələsi xüsusi növ çox kriteriyalı tamədədli proqramlaşdırma məsələsidir.

Teorem 5. (40) – (42) məsələsinin zəmanətli həlli üçün (44) bərabərsizliklər sistemi bərabərliklər şəklində ödənilməlidir.

İşinin 2.4 yarımfaslində (40) – (42) məsələsinin zəmanətli suboptimal həll anlayışı verilmiş və onun tapılması üsulu işlənilmişdir.

Tutaq ki, (40) - (42) məsələsi məlum üsullardan biri ilə həll olunaraq onun müəyyən $X^s = (x_1^s, x_2^s, \dots, x_n^s)$ suboptimal həlli tapılmışdır. Bu zaman (40) funksiyaının qiyməti

$$f^s = \sum_{j=1}^n c_j x_j^s$$

qədər olar. (43) – (46) məsələsində f^* və Δ^* əvəzinə uyğun olaraq f^s və Δ^s yazmaqla aşağıdakı riyazi modeli alırıq :

$$\delta_i \rightarrow \min, (i = \overline{1, m}), \quad (47)$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} x_j \leq b_i + \delta_i, (i = \overline{1, m}), \quad (48)$$

$$\sum_{i=1}^m c_j x_j \geq f^s + \Delta^s, \quad (49)$$

$$x_j = 0 \vee 1, \quad (j = \overline{1, n}). \quad (50)$$

Qeyd edək ki, burada Δ^s verilmiş tam ədəddir və p - qeyd olunmuş artım faizidir. (47) – (50) məsələsini həll edərkən $\delta_i \geq 0$, $(i = \overline{1, m})$ kəmiyyətləri və $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ həlli tapılmalıdır.

Tərif 6: (47)-(50) məsələsində $\delta_i \geq 0$, $(i = \overline{1, m})$ kəmiyyətlərinə mümkün qədər kiçik mənfi olmayan tam qiymət verən $X^s = (x_1^s, x_2^s, \dots, x_n^s)$ mümkün həllinə zamanətli suboptimal həll deyəcəyik.

Bu yarımfəsildə (47) – (50) məsələsinin zamanətli suboptimal həllinin tapılması üçün bir üsul işlənilmişdir.

İşinin üçüncü fəslə bir məhdudiyyətli və çox məhdudiyyətli tamədədli proqramlaşdırma məsələlərinin zamanətli həllərinin və zamanətli suboptimal həllərinin tapılması məsələlərinə həsr olunmuşdur.

3.1 yarımfəsildə aşağıdakı tamədədli çanta məsələsinə baxılır:

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max, \quad (51)$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} x_j \leq b, \quad (52)$$

$$0 \leq x_j \leq d_j, \quad (j = \overline{1, n}), \quad (53)$$

$$x_j - \text{tamdır}, \quad (j = \overline{1, n}). \quad (54)$$

Burada ümumiliyi pozmadan fərz edirik ki, $c_j > 0$, $a_{ij} > 0$, $d_j > 0$ $(j = \overline{1, n})$, $b > 0$ verilmiş tam ədədlərdir və

$$\frac{c_1}{a_{11}} \geq \frac{c_2}{a_{12}} \geq \dots \geq \frac{c_k}{a_{1k}} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_{1n}}$$

münasibətləri ödənilir.

Bu məsələnin bir iqtisadi mahiyyətinə əsaslanaraq aşağıdakı kimi yeni model qurulmuşdur.

$$\delta \rightarrow \min, \quad (55)$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} x_j \leq b + \delta, \quad (56)$$

$$\sum_{i=1}^m c_j x_j \geq f^* + \Delta, \quad (57)$$

$$0 \leq x_j \leq d_j, \quad (j = \overline{1, n}), \quad (58)$$

$$x_j - \text{tamdır}, \quad (j = \overline{1, n}). \quad (59)$$

Burada f^* kəmiyyəti (51) – (54) məsələsinin optimal qiymətidir, $\Delta = \left\lfloor f^* \cdot \frac{p}{100} \right\rfloor$ və δ isə minimal qiyməti axtarılan parametrdir. (55) – (59) modelinin mahiyyəti ondan ibarətdir ki, (51) – (54) məsələsində verilmiş b sağ tərəfinin minimal artımı hesabına (51) funksiyasına qeyd olunmuş $f^* + \Delta$ ədədindən kiçik olmayan qiymət verən həll tapılsın.

Qeyd edək ki, işin 2.1 yarımfaslindəki, təriflərə analoji olaraq 3.1 yarımfaslində (55) – (59) məsələsinin mümkün həlli və zamanətli həlli anlayışları verilmişdir. Bu həllərin tapılması məqsədilə (55) – (59) məsələsi

$$\delta - \sum_{j=1}^n a_j x_j + y - b \rightarrow \min \quad (60)$$

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \geq f^* + \Delta, \quad (61)$$

$$0 \leq x_j \leq d_j, \quad (j = \overline{1, n}), \quad 0 \leq y \leq b, \quad (62)$$

$$x_j - \text{tamdır}, \quad (j = \overline{1, n}). \quad (63)$$

məsələsinə gətirilir. Aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur:

Teorem 6. (55) – (59) məsələsinin zamanətli həlli üçün (56) bərabərsizliyi bərabərlik şəklində ödənilməlidir, yəni (60) funksiyasında $y = 0$ olmalıdır.

İşin 3.2 yarımfaslində (55) – (59) məsələsində f^* və Δ kəmiyyətləri uyğun olaraq f^s və Δ^s kəmiyyətləri ilə əvəz olunduqda alınan məsələyə baxılmışdır. Burada

$$f^s = \sum_{j=1}^n c_j x_j^s, \quad \Delta^s = \left\lfloor f^s \cdot \frac{p}{100} \right\rfloor.$$

$X^s = (x_1^s, x_2^s, \dots, x_n^s)$ isə (51) – (54) məsələsinin suboptimal həllidir.

Alınmış məsələnin zamanətli suboptimal həll anlayışı verilmiş və bu həllin tapılması üçün bir alqoritm işlənilmişdir. Həmin alqoritm dixotomiya prinsipinə əsaslanır.

Dissertasiya işinin 3.3 yarımfaslində (5) – (8) məsələsinə baxılmışdır. Həmin məsələ üçün ikinci fəslə uyğun olaraq (5) – (8)

məsələsinin mümkün həlli və zəmanətli həlli anyayışları verilmişdir. Bu həllərin tapılması məqsədi ilə (5) – (8) aşağıdakı mədələ gətirilmişdir.

$$\delta_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + y_i - b_i \rightarrow \min, (i = \overline{1, m}). \quad (64)$$

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \geq f^* + \Delta. \quad (65)$$

$$0 \leq x_j \leq d_j, (j = \overline{1, n}) \text{ və tamdırlar,} \quad (66)$$

$$0 \leq y_i \leq b_i, (i = \overline{1, m}) \text{ və tamdırlar.} \quad (67)$$

Bu məsələ isə məlum çoxkriteriyalı tamədədli proqramlaşdırma məsələsidir, bunu məlum üsullarla həll etməklə $X^z = (x_1^z, x_2^z, \dots, x_n^z)$ zəmanətli həllini tapmaq olar. Aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur :

Teorem 7. (1) – (4) məsələsinin zəmanətli həlli üçün (6) bərabərsizliklər sistemi bərabərlik şəkilində ödənilməlidir, yəni $X^z = (x_1^z, x_2^z, \dots, x_n^z)$ həlli üçün $y_i = 0, (i = \overline{1, m})$ olmalıdır.

Nəhayət işin 3.4 yarımfəslində (1) – (4) məsələsində zəmanətli suboptimal həll anlayışı verilmişdir və onun tapılması üsulu işlənilmişdir. Bu zaman (5) – (8) məsələsində f^* və Δ^* kəmiyyətləri uyğun olaraq f^z və Δ^z kəmiyyətləri ilə əvəz olunmuşdur.

Dissertasiya işinin üçüncü fəslindən sonra işin əsas nəticələri, istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısı və bir əlavə verilmişdir. Bu əlavədə çoxməhdudiyyətli tamədədli proqramlaşdırma məsələsinin zəmanətli suboptimal həllini tapan proqram kompleksi verilmişdir.

Dissertasiya işində təklif olunmuş üsullara aid hesablama eksperimentlərinin nəticələri hər fəslin son yarımfəslində verilmişdir.

İşin əsas nəticələri. Dissertasiya işində aşağıdakı nəticələr alınmışdır.

1. Tamədədli proqramlaşdırma məsələlərində məchulları iki-iki seçib onların eyni zamanda qiymətlərini tapmağa imkan verən suboptimal həllərinin qurulması alqoritmləri işlənilmişdir.
2. Bir məhdudiyyətə malik Bul proqramlaşdırması məsələsi üçün zəmanətli həll və zəmanətli suboptimal həll anlayışları verilmiş, onların tapılması alqoritmləri işlənilmişdir.

3. Çoxməhdudiyyətli Bul proqramlaşdırması məsələsi üçün zəmanətli həll və zəmanətli suboptimal həll anlayışları verilmiş, onların tapılması üsulları təklif olunmuşdur.
4. Bir məhdudiyyətli tamədədli proqramlaşdırma məsələsində zəmanətli həllin və zəmanətli suboptimal həllin qurulması alqoritmləri işlənilmişdir.
5. Çoxməhdudiyyətli tamədədli proqramlaşdırma məsələsində zəmanətli həll və zəmanətli suboptimal həllərin tapılması üsulları təklif olunmuşdur.
6. Təklif olunmuş üsulların alqoritmləri tərtib olunmuş, onların proqram kompleksləri yaradılmış və müxtəlif ölçülü məsələlər üzərində geniş hesablama eksperimentləri aparılmışdır.
7. Tamədədli proqramlaşdırma məsələsinin zəmanətli suboptimal həllinin tapılması üsulunun proqramı işdə əlavə kimi verilmişdir.

Dissertasiya işinin nəticələri aşağıdakı nəşrlərdə əks olunmuşdur.

1. *Məmmədov K.Ş., Hüseyinov S.Y., Məmmədov N.N.* Çanta məsələsində məchullara iki-iki qiymət verməklə suboptimal həllin qurulması. **AMEA-nın Xəbərləri, fiz.-tex.və riy.elmləri seriyası, XXXII cild, Bakı-“Elm”, 2012, № 3, səh. 99-103.**
2. *Məmmədov K.Ş., Hüseyinov S.Y., Məmmədov N.N.* Bir mədudiyyətli tamədədli xətti proqramlaşdırma məsələsinin məchullara iki-iki qiymət verməklə suboptimal həlli. **AMEA-nın xəbərləri, fiz.-tex.və riy.elmləri seriyası, XXXIII cild, Bakı, “ЕЛМ”, 2013, № 3, səh.70-74.**
3. *Məmmədov K.Ş., Hüseyinov S.Y., Məmmədov N.N.* Tamədədli proqramlaşdırma məsələsində iki məchula eyni zamanda qiymət seçməklə suboptimal həllin qurulması. **AMEA-nın Xəbərləri, fiz.-tex.və riy.elmləri seriyası, XXXIII cild, Bakı-“Elm”, 2013, № 6, səh. 109-115.**
4. *Məmmədov K.Ş., Məmmədov N.N.* Mümkün həllər oblastını bir qədər genişləndirməklə Bul dəyişənli çanta məsələsinin bir həll üsulu. **“BDU-nun 90 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq elmi konfrans”-ın tezisləri, 30-31 oktyabr, Bakı 2009.**

5. *Məmmədov K.Ş., Məmmədov N.N.* Çanta məsələsində təminatlı suboptimal həll anlayışı və onun tapılması üçün bir üsul. **AMEA-nın Xəbərləri, fiz.-tex.və riy.elmləri seriyası, XXXII cild, Bakı-“Elm”, 2012, №3, 104-110.**
6. *Məmmədov K.Ş., Məmmədov N.N.* Bul proqramlaşdırılması məsələsində zəmanətli həll anlayışı və onun tapılması. **AMEA-nın “Məruzələri” LXVII cild, 2012, №6, səh 19-26.**
7. *Məmmədov K.Ş., Məmmədov N.N.* Tam ədədli proqramlaşdırma məsələsində zəmanətli həll anlayışı və onun tapılması. **AMEA-nın “Məruzələri”, 2014, №3 .**
8. *Məmmədov N.N.* Çanta məsələsində sağ tərəfin minimal artımı hesabına təminatlı həllin tapılması . **AMEA aspirantlarının elmi konfransının materialları, Bakı, “ELM”, 2010, səh. 93-96.**
9. *Məmmədov N.N.* Çanta məsələsində zəmanətli həllin tapılması. **AMEA-nın Xəbərləri, fiz.-tex.və riy.elmləri seriyası, XXXII cild, Bakı-“Elm”, 2012, №6, , səh. 117-122.**
10. *Məmmədov N.N.* Tamədədli çanta məsələsində zəmanətli həllin tapılması. **AMEA-nın Xəbərləri, fiz.-tex.və riy.elmləri seriyası, 2014, №6.**
11. *Мамедов К.Ш., Мамедов Н. Н.,* Алгоритмы построения гарантированного решения и гарантированного приближенного решения многомерной задачи о ранце. **Международный научно-технический журнал «Проблемы Управления и Информатики», 2014, № 5, с. 30-37 .**
12. *Mamedov K. Sh., Mammedov N. N., Huseynov S.Ya.* Konstruktion of the suboptimal solution in the Bul proraminig problem by on two estimation of the variables. **The Third International Conference “Problems of Cybernetics and Informatiks–(PCI)”,. Bakı, September 6-8,2010, pp. 263-266.**
13. *Mamedov K. Sh., Mammedov N. N.* Algorithm for Finding Guaranteed solution in Knapsack Problem. **IV International Konference “Problems of cybernetics and informatiks –(PCI)”,Baku,2012,Vol IV, p.134-138.**

Müştərək müəlliflərlə yerinə yetirilmiş işlərdə müəllifin şəxsi rolu: [1-3] işlərində uyğun modellərin qurulması və hesablama eksperimentlərinin

aparılması, [4-6] işlərində zəmanətli həllin tapılması üsulunun işlənilməsi və eksperimentlərin aparılması, [7], [11] işlərində zəmanətli soptimal həllin tapılması, alqoritminin qurulması və eksperimentlərin aparılması, [12] işində baxılan məsələnin həll üsulunun işlənilməsi, [13] işində isə baxılan məsələnin zəmanətli həllinin tapılması üsulunun işlənilməsi.

НАЗИМ НАРИМАН ОГЛЫ МАМЕДОВ

**ПОНЯТИЯ ГАРАНТИРОВАННОГО РЕШЕНИЯ В ЗАДАЧАХ
ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ И АЛГОРИТМЫ
ЕЁ ПОСТРОЕНИЯ**

Р Е З Ю М Е

Разработаны алгоритмы для построения субоптимального решения задачи о ранце, задачи Булевого программирования и задачи целочисленного программирования. Эти алгоритмы основаны по принципу одновременного выбора значений неизвестных по два.

Введены понятия гарантированного решения и гарантированного субоптимального решения задач Булевого программирования с одним и со многими ограничениями, и также разработаны методы построения этих решений.

Для целочисленной задачи о ранце и для задач целочисленного программирования предложены методы построения гарантированного решения и гарантированного субоптимального решения.

Для разработанных методов составлены программы и проведены многочисленные эксперименты.

MAMMADOV NAZIM NARIMAN

**DEFINITION OF THE GUARANTEED SOLUTION IN THE
PROBLEMS OF INTEGER PROGRAMMING AND ALGORITHMS
FOR ITS CONSTRUCTION**

SUMMARY

The algorithms are developed for constructing of the suboptimal solution of the knapsack problem, problems of Bull programming and integer programming. These algorithms are based on the principle of simultaneous choice of values of the unknowns in two. Definition of the guaranteed solution and guaranteed suboptimal solution is introduced for the Bull programming problems with one and with many restrictions and a method is developed for construction of these solutions.

A method is proposed for the construction of the guaranteed solution and guaranteed suboptimal solution for integer knapsack problem and for the

problems of integer programming. Software is developed for the proposed methods and numerous experiments are provided.

Sifariş . Tiraj 100. Format 60 x 84 1/16

Əla növ kağız.

AMEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutu,

İnformasiya materiallarının hazırlanması sahəsi.

Bakı şəhəri, B. Vahabzadə küçəsi, 9.

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА
ИНСТИТУТ СИСТЕМНЫХ УПРАВЛЕНИЙ им. Акад. А. И.
ГУСЕЙНОВА

На правах рукописи

НАЗИМ НАРИМАН ОГЛЫ МАМЕДОВ

**ПОНЯТИЯ ГАРАНТИРОВАННОГО РЕШЕНИЯ В ЗАДАЧАХ
ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ И АЛГОРИТМЫ
ЕЁ ПОСТРОЕНИЯ**

1203.01 - Компьютерные науки

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание учёной степени
доктора философии по математике

Баку - 2015