

AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
AKADEMİK Ə. İ. HÜSEYNOV adına KİBERNETİKA
İNSTITUTU

Əlyazması hüququnda

KAMAL KNYAZ OĞLU MƏMMƏDOV

DƏYİŞƏNLƏRİNİN BİR HİSSƏSİ TAM QİYMƏTLƏR
ALAN BƏZİ XƏTTİ PROQRAMLAŞDIRMA
MƏSƏLƏLƏRİNİN TƏDQIQI VƏ HƏLL ÜSULLARININ
İŞLƏNMƏSİ

1203.01 - Kompyuter elmləri

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim olunmuş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

BAKİ - 2014

İş Azərbaycan MEA akademik Ə.İ.Hüseynov adına Kibernetika İnstitutunun “Mürəkkəb dinamik sistemlərdə idarəetmə” laboratoriyasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:	fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor K. B. Mənsimov
Rəsmi opponentlər:	fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor F. G. Feyziyev fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent V. M. Abdullayev
Aparıcı təşkilat:	BDU-nun Tətbiqi Riyaziyyat Elmi Tədqiqat İnstitutu, “Sistemli analizin riyazi üsulları” şöbəsi.

Müdafiə 14 mart 2014-cü il tarixində saat 15:00-da Azərbaycan MEA Kibernetika İnstitutunun nəzdindəki D. 01.121 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: AZ 1141, Bakı ş., B. Vahabzadə küçəsi, 9.

Dissertasiya ilə Azərbaycan MEA Kibernetika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Avtoreferat fevral 2014-cü il tarixində göndərilmişdir.

D 01.121 Dissertasiya şurasının elmi katibi,

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dos.

Ə. B. PAŞAYEV

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. İqtisadiyyatın və texnikanın optimal qərarlar qəbul etməklə bağlı müxtəlif layihələşdirmə, planlaşdırma, idarəetmə və s. məsələlərinin riyazi modelləri tamədədli proqramlaşdırma məsələləri şəklində alınır. Digər tərəfdən, tam ədədlərlə qiymət alan məchullar daxil etməklə, sayla göstərilə bilən məhsullar istehsal olunan və ya diskret oblastda optimal həlli axtarılan məsələlərin riyazi modelləri adekvat olaraq qurula bilər. Bununla yanaşı, diskret optimallaşdırma nəzəriyyəsinin bir çox məsələlərinin tədqiqi ayrıca riyazi maraq da kəsb edir, çünki belə tədqiqatlar riyaziyyatın kombinatorika, diskret analiz, qraflar nəzəriyyəsi, əməliyyatlar tədqiqi, diskret ekstremal məsələlər nəzəriyyəsi, kompüter elmləri və s. sahələri ilə sıx əlaqədardır.

Tamədədli proqramlaşdırma məsələləri həm ümumi şəkildə, həm də bəzi xüsusi hallarda (məsələn, yalnız bir məhdudiyyət şərti olan və Bul dəyişənlərinə malik (buna ədəbiyyatda “Çanta” məsələsi deyilir.), Bul proqramlaşdırması məsələsi, tamədədli “Çanta” məsələsi, tamədədli proqramlaşdırma məsələsi və s.) tədqiq olunmuşdur. Lakin, indiyə qədər bu məsələlərin optimal həllərinin tapılması üçün polinomial zaman mürəkkəbliyinə malik üsullar tapılmamışdır. Çünki bu məsələlər NP - tam sinfindədir, yəni “çətin həll olunan” məsələlərdir.

Qeyd edək ki, iqtisadiyyat və texnikanın elə sahələri vardır ki, burada eyni zamanda həm optimal qərar qəbul etmə, həm də optimal planlaşdırma məsələləri meydana çıxır. Bundan əlavə, sayla ifadə olunan məhsul istehsalı ilə yanaşı, eyni zamanda bəzi məhsulların istehsal planının sayla ifadə olunması vacib olmayan məsələlər də meydana çıxır. Bu tipli məsələlərin riyazi modelləri, müxtəlif sinifdən olan qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələlərinə gəlir. Belə məsələlərin riyazi modelləri ümumi şəkildə aşağıdakı kimidir:

$$\sum_{j=1}^N c_j x_j \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = \overline{1, m}, \quad (2)$$

$$0 \leq x_j \leq d_j, \quad j = \overline{1, N}, \quad (3)$$

$$x_j - \text{tamdır}, \quad j = \overline{1, n} \quad (n \leq N). \quad (4)$$

(1) - (4) məsələsinə qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələsi deyilir. Ona görə ki, burada məchulların ilk n saydası yalnız mənfi olmayan tam qiymətlər almalıdır, yerdə qalan $N - n$ saydası isə mənfi olmayan istənilən qiymət ala bilər. (1) - (4) məsələsi məlum xətti proqramlaşdırma və tam ədədli proqramlaşdırma məsələlərinin ümumiləşməsidir. Çünki, xüsusi halda $n = 0$ olsa adi xətti proqramlaşdırma məsələsi, $n = N$ olduqda isə tamədədli proqramlaşdırma məsələsi alınır. Qeyd edək ki, tamədədli proqramlaşdırma məsələləri çətin həll olunan, yəni NP - tam sinifdə olan məsələlər olduğundan, onların ümumiləşməsi olan (1) - (4) qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələsi də NP - tam sinifdə olacaqdır. Lakin, qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələləri tamədədli proqramlaşdırma məsələlərinə nəzərən az tədqiq olunmuşdur.

Düzdür, qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələlərini universal üsul olan “budaqlanmalar və sərhədlər” tipli üsullarla həll etmək olar. Lakin bu zaman böyük ölçülü praktiki məsələlərin optimal həllərinin real zaman müddətində tapılmasına zəmanət verilə bilməz. Çünki, “budaqlanmalar və sərhədlər” tipli üsullar nəinki tamədədli, həm də qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələləri üçün eksponensial zaman mürəkkəbliyinə malikdirlər. Ona görə də qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələlərinin həm bir məhdudiyyət, həm də çoxlu məhdudiyyətləri olan sinifləri üçün yeni, daha effektiv həll üsullarının işlənməsi həm nəzəri, həm də mühüm praktiki əhəmiyyətə malikdir.

İşin məqsədi. İşdə əsas məqsəd aşağıdakılardan ibarətdir:

- Bir məhdudiyyət şərtinə malik qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələsində optimal həlli saxlayan kiçik oblastın tapılması üsulunun işlənməsi;

- Dinamik proqramlaşdırma prinsipinin tətbiqi ilə qismən tamədədli çanta məsələsinin bir həll üsulunun təklif olunması;

- Optimal qiymətin aşağı və yuxarı sərhədlərinin bir birinə yaxınlaşdırılmasını təmin etməklə qismən tamədədli çanta məsələsinin həll üsulunun işlənməsi;

- Çox məhdudiyyətli qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələsində əvəzləyici bərabərsizliklər qurmaqla onun optimal həllinin tapılması üçün bir iterativ həll üsulunun işlənməsi;

- Yalnız iki məhdudiyyət şərti olan tamədədli proqramlaşdırma məsələsinin bir yeni həll üsulunun verilməsi;

- Çox məhdudiyyətli tamədədli proqramlaşdırma məsələsini bir məhdudiyyətli məsələyə gətirməklə onun optimal həllinin tapılması üsulunun işlənməsi;

- Tamədədli proqramlaşdırma məsələlərinə gələn bəzi praktiki məsələlərin riyazi modellərinin qurulması və onların həll üsullarının verilməsi;

- Təklif olunmuş üsulların proqram komplekslərinin yaradılması və hesablama eksperimentlərinin aparılması.

Tədqiqat üsulları. İşdə müasir optimallaşdırma nəzəriyyəsindən, riyazi və tamədədli proqramlaşdırma, kombinator analiz, xətti cəbr üsullarından, mürəkkəblik nəzəriyyəsindən, modelləşdirmə üsulları və proqram ləvazimatlarının yaradılması qaydalarından istifadə olunmuşdur.

Elmi yeniliklər. İşin əsas elmi yenilikləri aşağıdakılardan ibarətdir:

- Qismən tamədədli çanta məsələsində optimal həlli saxlayan nisbətən kiçik oblastın tapılması üçün kriteriyalar verilmiş və bunların köməyi ilə həmin kiçik oblastın tapılması üsulu işlənmişdir;

- Qismən tamədədli çanta məsələsinin dinamik proqramlaşdırma prinsipinin tətbiqi ilə bir həll üsulu təklif olunmuşdur;

- Qismən tamədədli çanta məsələsinin optimal qiymətinin aşağı və yuxarı sərhədlərinin iterativ yaxınlaşdırılmasını təmin edən həll üsulu təklif olunmuşdur;

- Əvəzləyici bərabərsizliklər qurmaqla çox məhdudiyyətli qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələsinin həlli üçün bir iterativ həll üsulu işlənmişdir;

- İki məhdudiyyət şərti olan tamədədli proqramlaşdırma məsələsinin bir yeni həll üsulu verilmişdir;

- Bir məhdudiyyətli məsələyə gətirməklə çox məhdudiyyətli tamədədli proqramlaşdırma məsələsinin optimal həllinin tapılması üsulu işlənmişdir;

- İşləməyən quyuların neftçixarma idarələri üzrə işə salınmasının optimal seçilməsi məsələsinin riyazi modeli qurulmuş və onun bir həll üsulu verilmişdir;

- Müxtəlif növ obyektlərin mərhələlərlə yaradılmasının optimallaşdırılması məsələsinin riyazi modeli qurulmuş və onun bir həll üsulu təklif olunmuşdur;

- Dissertasiya işində verilmiş əksər üsulların proqram kompleksləri yaradılmış, geniş və müqayisəli hesablama eksperimentləri aparılmışdır.

İşin praktik əhəmiyyəti. Dissertasiya işində təklif olunmuş üsullar və alqoritmlər iqtisadiyyatın və texnikanın optimal seçmə, optimal qərarlar

qəbul etmə və məhsulları sayla ifadə olunan istehsal sahələrində qarşıya çıxan layihələşdirmə məsələlərinin həllinə tətbiq oluna bilər. İşə əlavə olunmuş proqram vasitəsilə praktikada qarşıya çıxan optimal qərarlar qəbul etmə və optimal planlaşdırma məsələlərinin həllərini tapmaq olar. Digər tərəfdən bu proqram vasitəsilə yeni yaradılacaq üsulların effektivliyinin müqayisə olunmasını həyata keçirmək mümkündür.

İşin aprobasiyası. Dissertasiya işinin əsas nəticələri aşağıda göstərilmiş elmi seminar, respublika səviyyəli və beynəlxalq konfranslarda məruzə olunmuş və müzakirədən keçmişdir.

- “Riyaziyyatın tətbiqi problemləri” Respublika elmi konfransı (Bakı, 6 may, 2006).

- The International Conference “The problems of Cybernetics and Informatics” (Baku, 24 - 26 october, 2006).

- “Riyazayyatın tətbiqi məsələləri və yeni informasiya texnologiyaları” Respublika elmi konfransı, (Sumqayıt, 26 - 27 noyabr, 2007).

- The second International conference “Problems of Cybernetics and Informatics” (Baku, 10 - 12 september, 2008).

- The third International Conference “Problems of Cybernetics and Informatics” (Baku, 6 - 8 september, 2010).

- IV International Conference “Problems of Cybernetics and Informatics” (Baku, 12 - 14 september, 2012).

- AMEA Kibernetika İnstitutunun “Mürəkkəb dinamik sistemlərdə idarəetmə” və “Diskret optimallaşdırma modelləri və üsulları” laboratoriyalarının elmi seminarları (2008 - 2013-cü illər).

Publikasiya. Dissertasiya işinin mövzusu ilə bağlı 12 elmi əsər çap olunmuşdur.

İşin strukturu və həcmi. Dissertasiya işi girişdən, 3 fəsildən, nəticələrdən, 199 adda istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısından və əlavədən ibarətdir. İş ümumilikdə 134 səhifədən və 17 cədvəldən ibarətdir.

DİSSERTASIYANIN MƏZMUNU.

Girişdə dissertasiya işinin mövzusu ilə bağlı müasir ədəbiyyatların icmalı verilmiş, mövzunun aktuallığı əsaslandırılmış və dissertasiya işində alınmış elmi nəticələr haqqında qısa məlumatlar verilmişdir.

Dissertasiya işinin **birinci fəslində** aşağıdakı bir məhdudiyyətli qismən tamədəli proqramlaşdırma məsələsinə baxılmışdır:

$$\sum_{j=1}^N c_j x_j \rightarrow \max \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^N a_j x_j \leq b, \quad (6)$$

$$0 \leq x_j \leq d_j, \quad (j = \overline{1, N}) \quad (7)$$

$$x_j, d_j - \text{tamdır}, \quad (j = \overline{1, n}), \quad (n \leq N). \quad (8)$$

Burada ümumiliyi pozmadan fərz edirik ki, $c_j > 0$, $a_j > 0$, $d_j > 0$ ($j = \overline{1, N}$), $b > 0$ verilmiş tam ədədlərdir və

$$\frac{c_{j(1)}}{a_{j(1)}} \geq \frac{c_{j(2)}}{a_{j(2)}} \geq \dots \geq \frac{c_{j(k)}}{a_{j(k)}} \geq \dots \geq \frac{c_{j(N)}}{a_{j(N)}} \quad (9)$$

münasibətləri ödənilir.

Dissertasiya işinin 1.1 yarımfəslində (5) - (8) məsələsinin optimal həllini saxlayan və verilmiş mümkün həllər oblastına nəzərən daha kiçik olan oblastın tapılması üçün bir kriteriya çıxarılmışdır. Bu kriteriya aşağıdakı teorem şəklində verilmişdir.

Teorem 1. Tutaq ki, $h_{j(i)} = (\overline{f} - \underline{f}) / |S_{j(i)}|$, $i = \overline{1, N}$. Onda (5) - (8)

məsələsinin optimal həllinin koordinatları aşağıdakı intervallarda yerləşər:

a) əgər $i \in [1; k-1]$ olarsa, onda

$$x_{j(i)} \in [\max\{0; d_{j(i)} - [h_{j(i)}]\}; d_{j(i)}],$$

b) əgər $i \in [k+1; N]$ olarsa, onda $x_{j(i)} \in [0; \min\{[h_{j(i)}], d_{j(i)}\}]$

olar.

Belə ki, $[h_{j(i)}]$ ilə $h_{j(i)}$ ədədinin tam hissəsi işarə olunub.

Burada $\overline{f}$ və $\underline{f}$ uyğun olaraq (5) - (8) məsələsinin optimal qiymətinin yuxarı və aşağı sərhədləridir,

$$S_{j(i)} = c_{j(i)} - \frac{c_{j(k)}}{a_{j(k)}} a_{j(i)}, \quad (i = \overline{1, N}),$$

k nömrəsi isə

$$\sum_{i=1}^{k-1} a_{j_{(i)}} d_{j_{(i)}} \leq b < \sum_{i=1}^k a_{j_{(i)}} d_{j_{(i)}} \quad (10)$$

münasibətindən tapılır.

Beləliklə, teorem 1-in tətbiqindən sonra həm dəyişənlərin sayı, həm də optimal həlli saxlayan mümkün həllər oblastı kiçilir. Təbii ki, alınmış ekvivalent məsələni həll etmək, verilən məsələnin həllinə nisbətən daha az əməliyyat tələb edir.

Dissertasiya işinin 1.2 yarımfaslında (5) - (8) qismən tamədədli çanta məsələsinin optimal həllini tapmaq üçün bir üsul təklif olunmuşdur. Bu üsulun mahiyyəti aşağıdakından ibarətdir:

Əvvəlcə verilmiş məsələyə nəzərən daha az sayda məchula malik və optimal həlli saxlayan kiçik mümkün həllər oblastı olan ekvivalent məsələ qurulur, sonra isə alınmış məsələ dinamik proqramlaşdırma üsulu ilə həll edilir.

İşin 1.3 yarımfaslında (5) - (8) qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələsinin optimal həllinin tapılması üçün digər bir yeni üsul işlənmişdir. Bu üsul məlum və universal sayılan “budaqlanmalar və sərhədlər” tipli olsa da, həmin üsuldan ciddi fərqlənən elementlərə malikdir. Belə ki, məlum “budaqlanmalar və sərhədlər” üsulunun hər bir iterasiyasında (5) funksiyasının maksimal qiymətinin yuxarı sərhəddi tapılır və növbəti iterasiyalarda həmin yuxarı sərhədlər hər dəfə müəyyən qədər kiçilir. Həmin üsulda (5) funksiyasının aşağı sərhədinin tapılması və ondan istifadə olunması ilə bağlı hər hansı bir məlumat tələb olunmur. 1.3 yarımfaslında təklif etdiyimiz üsulda isə bir iterasiyadan növbəti iterasiyaya keçdikdə (5) funksiyasının optimal qiymətinin həm yuxarı sərhəddi kiçildilir, həm də aşağı sərhəd böyüdüür. Nəticədə, (5) funksiyasının optimal qiymətinin aşağı və yuxarı sərhədləri bir-birinə yaxınlaşdırılmaqla optimal qiymətə daha tez çatmaq olur.

Bu üsulun yerinə yetirilməsi üçün lazım gələn bütün köməkçi faktlar teoremlər şəklində verilmiş və ciddi isbat olunmuşdur.

Ümumiliyi pozmadan fərz edək ki, (5) - (8) məsələsi üçün (9) şərti ödənilir. Onda kəsilməz (5) - (7) məsələsinin tamlıq şərti tələb olunmayan $\overline{X} = (\overline{x_1}, \overline{x_2}, \dots, \overline{x_N})$ optimal həllini və (5) - (8) tamədədli məsələsinin müəyyən təqribi (suboptimal) $\underline{X} = (\underline{x_1}, \underline{x_2}, \dots, \underline{x_N})$ həllini asanlıqla qura bilərik.

Beləliklə, (5) - (8) məsələsinin f^* optimal qiyməti üçün $\overline{f}$ yuxarı və $\underline{f}$ aşağı sərhədlərini hesablaya bilərik:

$$\overline{f} = \sum_{i=1}^N c_{j(i)} \overline{x}_{j(i)} , \quad \underline{f} = \sum_{i=1}^N c_{j(i)} \underline{x}_{j(i)} .$$

Aydınır ki, $\underline{f} \leq f^* \leq \overline{f}$ olmalıdır.

Nəticə 1. Teorem 1-dən birbaşa görünür ki, əgər qeyd olunmuş hər bir p ($p=1,2,...,d_{j(i)}$) üçün bu teoremin şərtləri ödənilərsə, onda optimal həldə $x_{j(i)}$ dəyişəni $i \in [1; k-1]$ olduqda $\overline{x}_{j(i)} - p$, $i \in [k+1; N]$ olduqda isə $\overline{x}_{j(i)} + p$ qiymətini ala bilməz. Beləliklə, hər bir i ($i = \overline{1, N}$) nömrəsi üçün teorem 1-in şərtlərini yoxlamaqla verilmiş $0 \leq x_{j(i)} \leq d_{j(i)}$ intervalı əvəzinə yeni, daha kiçik $\alpha_{j(i)} \leq x_j \leq \beta_{j(i)}$ intervalını alırıq. Burada $0 \leq \alpha_{j(i)} \leq \beta_{j(i)} \leq d_{j(i)}$ olacaqdır. Qeyd edək, hər hansı bir i_* nömrəsi üçün $\alpha_{j(i_*)} = \beta_{j(i_*)}$ olarsa, onda optimal həldə $x_{j(i_*)}$ koordinatının qiyməti artıq əvvəlcədən tapılaraq $\alpha_{j(i_*)}$ ədədinə bərabər olacaqdır. Aparılmış hesablamə eksperimentləri zamanı, belə hallara tez-tez rast gəlinir. Bu zaman $x_{j(i_*)} = \alpha_{j(i_*)}$ qiymətini (5) - (8) məsələsində yerinə yazmaqla dəyişənlərin sayı bir vahid azalır. Əgər bir neçə dəyişən üçün bu şərt ödənilərsə, onda onları yerinə yazmaqla məsələdə dəyişənlərin sayını bir neçə vahid azaldırıq. Nəticədə daha kiçik ölçülü məsələ və daha kiçik mümkün həllər oblastı qalar.

Tutaq ki, teorem 1-in (5) - (8) məsələsinə tətbiqindən sonra aşağıdakı ekvivalent məsələ alınmışdır:

$$\sum_{j=1}^M c_j y_j \rightarrow \max , \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^M a_j y_j \leq b' , \quad (12)$$

$$a_j \leq y_j \leq d'_j , \quad j = \overline{1, M} , \quad (13)$$

$$y_j, d'_j - \text{tamdırlar } j = \overline{1, m}. \quad (14)$$

Burada $M \leq N$, $m \leq n$, $b' \leq b$ və

$$y_j = x_j - \alpha_j \quad d'_j = \beta_j - \alpha_j, \quad j = \overline{1, M} \text{ olmalıdır.}$$

Belə ki, α_j və $\beta_j, j = \overline{1, M}$ qiymətləri nəticə 1 vasitəsilə tapılır.

Aparılan eksperimentlər göstərdi ki, (11) - (14) məsələsində tam qiymətlər alan məchulların m sayı (5) - (8) məsələsindəki məchulların n sayından kifayət qədər kiçikdir.

Tutaq ki, (11) - (13) kəsilməz məsələsinin $\bar{Y} = (\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_M)$ - optimal həllidir (aşağıda bu həllin analitik düsturla tapılması verilmişdir), $\underline{f}$ və $\bar{f}$ isə (11) - (14) qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələsinin optimal qiymətinin uyğun olaraq aşağı və yuxarı sərhədləridir.

Tutaq ki, burada k ədədi (11) - (13) kəsilməz məsələsinin $\bar{Y}$ optimal həllində kəsir qiyməti alan məchulun nömrəsidir.

Qeyd edək ki, əgər $m < j(k) \leq M$ olarsa onda (11) - (13) kəsilməz məsələsinin $\bar{Y} = (\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_M)$ optimal həlli həm də (11) - (14) qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələsinin optimal həlli olar və bununla da həll prosesi başa çatmış olar. Ona görə də fərz edirik ki, $j(k) \leq m$.

(11) funksionalının optimal qiymətinin $\bar{g}$ yuxarı və $\underline{g}$ aşağı sərhədləri aşağıdakı düsturlarla tapılırlar:

$$\bar{g} = \sum_{i=1}^M c_{j(i)} \cdot \bar{y}_{j(i)}, \quad \underline{g} = \sum_{i=1}^M c_{j(i)} \underline{y}_{j(i)},$$

Burada $\underline{y}_{j(i)}$ ($i = \overline{1, M}$) ədədləri (11) - (14) məsələsinin təqribi həllinin koordinatlarıdır.

Bu işarələmələri nəzərə almaqla teorem 1-dən birbaşa aşağıdakı hökm alınır:

Hökm 1. (11) - (14) məsələsinin optimal həllinin $y_{j(i)}$, $i = \overline{1, M}$ koordinatları aşağıdakı intervallarda yerləşirlər:

$$y_{j(i)} \in \left[\max \left\{ (0; d'_{j(i)}) - \left[h'_{j(i)} \right] \right\}; d'_{j(i)} \right], \quad 1 \leq i \leq k-1 \text{ olduqda,}$$

$$y_{j(i)} \in \left[0; \min \left\{ \left[h'_{j(i)} \right]; d'_{j(i)} \right\} \right], \quad k+1 \leq i \leq m \text{ olduqda.}$$

Burada $[h'_{j(i)}]$ işarəsi $h'_{j(i)}$ ədədinin tam hissəsini göstərir. Belə ki,

$$h'_{j(i)} = (\overline{g} - \underline{g}) / |S_{j(i)}|, \quad S_{j(i)} = c_{j(i)} - \frac{c_{j(k)}}{a_{j(k)}} \cdot a_{j(i)}, \quad i = \overline{1, M}.$$

Hökm 1-dən alınır ki, müəyyən $i_* < k$ nömrəsi üçün $y_{j(i_*)}$ dəyişəninin aşağı sərhədi $d'_{j(i_*)}$ olarsa, onda optimal həldə bütün $i = i_*, i_* - 1, i_* - 2, \dots, 1$ nömrələri üçün $y_{j(i)} = d'_{j(i)}$ olar. Əgər müəyyən $i_* > k$ nömrəsi üçün $y_{j(i_*)}$ məchulunun yuxarı sərhədi sıfır olarsa, onda (11) - (14) qismən tamədərli proqramlaşdırma məsələsinin optimal həllində bütün $i = i_*, i_* + 1, \dots, M$ nömrələri üçün $y_{j(i)} = 0$ olar.

Qeyd edək ki, hesablama eksperimentləri zamanı belə hallar demək olar ki bütün məsələlərdə qarşıya çıxmışdır və nəticədə budaqlanmaların sayı əhəmiyyətli dərəcədə azalmışdır. Bu isə öz növbəsində məsələnin kompüterdə həll vaxtının kifayət qədər azalmasına gətirib çıxarmışdır.

Aşağıdakı işarələmələri qəbul edək:

$$\underline{d}_{j(i)} = \max\{0; d'_{j(i)} - [h'_{j(i)}]\}, \quad i = \overline{1, k-1}, \quad \bar{d}_{j(k)} = \left[\left(b' - \sum_{i=1}^{k-1} a_{j(i)} \cdot \underline{d}_{j(i)} \right) / a_{j(k)} \right],$$

$$\bar{d}_{j(i)} = \min\{[h'_{j(i)}], d'_{j(i)}\}, \quad i = \overline{k+1, M}.$$

Teorem 2. Qismən tamədərli (11) - (14) məsələsinin optimal həllində $y_{j(k)} \leq \bar{d}_{j(k)}$ münasibətləri doğrudur.

Deməli, yuxarıdakı işarələmələri və teorem 2-ni nəzərə almaqla (11) - (14) məsələsinin optimal qiymətinin g_1 yuxarı sərhədi aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$g_1 = \sum_{i=1}^M c_{j(i)} y_{j(i)}^*,$$

Burada hər bir $i = 1, 2, \dots, M$ üçün

$$y_{j(i)}^* = \begin{cases} d'_{j(i)}, & i = \overline{1, k-1}, \\ \bar{d}_{j(k)}, & i = k, \\ \bar{d}_{j(i)}, & \sum_{r=1}^{i-1} a_{j(r)} y_{j(r)}^* + a_{j(i)} \bar{d}_{j(i)} \leq b' \text{ olarsa,} \\ \left(b' - \sum_{r=1}^{i-1} a_{j(r)} \cdot y_{j(r)}^* \right) / a_{j(i)}, & \sum_{r=1}^{i-1} a_{j(r)} y_{j(r)}^* + a_{j(i)} \bar{d}_{j(i)} > b' \text{ olarsa, } \bar{k} := i, \\ 0, & i = \bar{k} + 1, \bar{k} + 2, \dots, M. \end{cases}$$

Başqa sözlə $\bar{k}$ aşağıdakı münasibətdən tapılır:

$$\sum_{i=1}^{\bar{k}-1} a_{j(i)} y_{j(i)}^* \leq b' < \sum_{i=1}^{\bar{k}-1} a_{j(i)} y_{j(i)}^* + a_{j(\bar{k})} \bar{d}_{j(\bar{k})}.$$

Aydındır ki, $g_1 \leq \bar{g}$ və $\bar{k} > k$ olmalıdır. Ona görə də (11) funksionalının maksimal qiymətinin yuxarı sərhəddi olaraq daha kiçik g_1 götürə bilərik. $\bar{k} > k$ münasibəti ödəndiyindən, yeni $S'_{j(i)}$, $i = \overline{1, m}$ kəmiyyətlərini aşağıdakı kimi hesablaya bilərik:

$$S'_{j(i)} = c_{j(i)} - \frac{c_{j(\bar{k})}}{a_{j(\bar{k})}} \cdot a_{j(i)}, \quad i = \overline{1, M}.$$

Tutaq ki, (11) - (14) məsələsi budaqlanmalar və sərhədlər üsulu ilə həll olunmuşdur. Bu zaman, əgər yuxarı qiyməti hesablayarkən kəsr qiymət almış məchulun nömrəsi sağa sürüşərsə, onda $y_{j(i)}$ məchulunun aşağı sərhədi $i = 1, 2, \dots, k-1$ qiymətlərində azalmayacaqdır. Eləcə də kəsr qiymət almış məchulun nömrəsi sola sürüşərsə $y_{j(i)}$ məchulunun yuxarı sərhəddi artmayacaqdır.

Teorem 3. a) Əgər $\bar{g} - S_{j(k-1)} < g_2 < \bar{g}$ şərtini ödəyən g_2 natural ədədi varsa, onda (11) - (14) məsələsinin optimal həllində $i = 1, 2, \dots, k-1$ nömrələri üçün $y_{j(i)} = d'_{j(i)}$ olar.

b) Əgər $\bar{g} - |S_{j(k+1)}| < g_2 < \bar{f}$ şərtini ödəyən g_2 natural ədədi varsa, onda (11) - (14) məsələsinin optimal həllində $i = \overline{k+1, M}$ qiymətləri üçün $y_{j(i)} = 0$ olar.

Teorem 4. Əgər müəyyən g_2 natural ədədi üçün Teorem 3-ün şərtləri yerinə yetirilərsə və $[\tilde{y}_{j(k)}] < \bar{y}_{j(k)}$ olarsa, onda g_2 ədədi (11) - (14) məsələsində funksionalın kiçildilmiş yuxarı sərhəddi olacaqdır. Yəni, $g_2 < [\bar{g}]$ olar. Burada,

$$\tilde{y}_{j(k)} = (b' - \sum_{i=1}^{k-1} a_{j(i)} \cdot d'_{j(i)}(g_2)) / a_{j(k)}, \quad d'_{j(i)}(g_2) = d'_{j(i)} - \left[\frac{\bar{g} - g_2}{S_{j(i)}} \right], \quad i = \overline{1, k-1}.$$

Qeyd etmək lazımdır ki, yaxşılaşdırılmış g_2 yuxarı sərhədinin tapılması budaqlanmalar və sərhədlər üsulunun tətbiqi zamanı çox vacibdir. Digər tərəfdən teorem 3-ün şərtini ödəyən g_2 ədədi yoxdursa, onda $\bar{g}$ yuxarı sərhəddi kiçilə bilməz.

Hökm 2. Əgər müəyyən natural g_2 ədədi üçün $g_2 = \underline{g}$ və teorem 4-ün şərtləri ödənilərsə, onda

$$y_{j(i)} = d'_{j(k)}, \quad i = \overline{1, k-1}, \quad y_{j(k)} = [\bar{y}_{j(k)}],$$

$$y_{j(k+1)} = (b' - \sum_{r=1}^k a_{j(r)} \cdot y_{j(r)}) / a_{j(k+1)},$$

$$y_{j(i)} = 0, \quad i = \overline{k+2, M},$$

həlli (11) - (14) qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələsinin optimal həlli olar.

Yuxarıda qeyd olunanları nəzərə alaraq, (5) - (8) məsələsinin optimal həllinin tapılması üçün işdə “budaqlanmalar və sərhədlər” tipli yeni üsul təklif olunmuşdur. Bu üsulda hər budaqlanma zamanı həm məqsəd funksiyasının optimal qiymətinin aşağı və yuxarı sərhədləri, həm də məchulların dəyişmə intervallarının ucları bir-birinə yaxınlaşdırılır.

Qeyd etmək lazımdır ki, həll olunmamış məsələlər siyahısındakı hər bir məsələ üçün eyni zamanda həm mümkün həllər oblastı, həm də funksionalın yuxarı sərhəddi kiçildir. Bu kiçildilmələr hesabına burada təklif olunan üsul məlum budaqlanmalar və sərhədlər üsuluna nəzərən daha effektiv (yəni, sürətlə işləyən) olacaqdır. Bu nəticə aparılmış çoxsaylı hesablama eksperimentləri zamanı da təsdiq olunmuşdur.

Dissertasiya işinin **ikinci fəslində** iki və daha çox məhdudiyyət şərtlərinə malik qismən tamədədli və tamədədli proqramlaşdırma məsələləri tədqiq olunmuş və onların həll üsulları verilmişdir.

İşin 2.1 yarım-fəslində aşağıdakı qismən tamədədli xətti proqramlaşdırma məsələsinə baxılmışdır.

$$\sum_{j=1}^N c_j^0 x_j \rightarrow \max, \quad (15)$$

$$\sum_{j=1}^N a_{ij}^0 x_j \leq b_i^0, \quad i = \overline{1, m}, \quad (16)$$

$$0 \leq x_j \leq d_j, \quad j = \overline{1, N}, \quad (17)$$

$$x_j - \text{tamdır}, \quad j = \overline{1, n} \quad (n \leq N). \quad (18)$$

Burada $a_{ij}^0, b_i^0, c_j^0, d_j, (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, N})$ istənilən tam ədədlərdir. (15) - (18) məsələsi əsasında aşağıdakı kimi bir məhdudiyyətli məsələ qurulmuşdur.

$$\sum_{j=1}^N c_j x_j \rightarrow \max, \quad (19^0)$$

$$\sum_{j=1}^N A_j^0 x_j \leq B^0, \quad (20^0)$$

$$0 \leq x_j \leq d_j, \quad j = \overline{1, N}, \quad (21^0)$$

$$x_j - \text{tamdır}, \quad j = \overline{1, n} \quad (n \leq N). \quad (22^0)$$

$$\text{Burada } A_j^0 = \sum_{i=1}^m t_i^0 a_{ij}^0, \quad (j = \overline{1, N}), \quad B^0 = \sum_{i=1}^m t_i^0 b_i^0.$$

Qeyd edək ki, başlanğıcda $t_i^0 = 1, (i = \overline{1, m})$ qəbul edilir. Göründüyü kimi, (15) - (18) və (19⁰) - (22⁰) məsələləri yalnız (16) və (20⁰) şərtləri ilə fərqlənirlər. Belə ki, (20⁰) bərabərsizliyi (16) sistemindən alındığından biz onu əvəzləyici bərabərsizlik adlandıracağıq. Onda aydındır ki, (15) - (18) məsələsinin mümkün həllər oblastı (19⁰) - (22⁰) məsələsinin mümkün həllər oblastına daxildir. Lakin (19⁰) - (22⁰) nisbətən sadə (bir məhdudiyyətli) məsələ olduğundan onun optimal həllinin tapılması da (məsələn, birinci fəslidə təklif olunmuş üsullarla) (15) - (18) məsələsinin həllinə nisbətən daha asandır. Qeyd edək ki, hər iki məsələ NP - tam sinifdə

olsa da birinci fəsilə təklif olunmuş üsullarla $(19^0) - (22^0)$ modelinə gələn nisbətən böyük ölçülü məsələləri həll etmək olur. Digər tərəfdən, (20^0) əvəzləyici bərabərsizliyi (16) sisteminə nəzərən daha geniş həllər çoxluğuna malik olduğundan, aydındır ki, $(19^0) - (22^0)$ məsələsinin optimal həlli yalnız (16) bərabərsizliklər sistemini ödəsə, onda bu həll həm də (15) - (18) məsələsinin optimal həlli olar. Bu zaman həll prosesi başa çatır. Əks halda $(19^0) - (22^0)$ kimi elə yeni $(19^1) - (22^1)$ məsələsi qurulur ki, $(19^0) - (22^0)$ məsələsinin tapılmış optimal həlli bu məsələnin mümkün həllər oblastına daxil olmasın. Ümumiyyətlə elə $(19^k) - (22^k)$ məsələsi qurmaq lazımdır ki, $(19^0) - (22^0)$, $(19^1) - (22^1)$, ..., $(19^{k-1}) - (22^{k-1})$ məsələlərinin uyğun

$$X^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_N^0),$$

$X^1 = (x_1^1, x_2^1, \dots, x_N^1), \dots, X^{k-1} = (x_1^{k-1}, x_2^{k-1}, \dots, x_N^{k-1})$ həlləri $(19^k) - (22^k)$ məsələsinin nəinki optimal həlli olmasın, eyni zamanda həmin məsələlərin mümkün həllər oblastına heç daxil olmasın. Beləliklə, əvəzləyici bərabərsizliyə malik $(9^k) - (12^k)$, $(k = 0, 1, \dots)$ məsələsinin hər hansı addımda tapılmış $X^k = (x_1^k, x_2^k, \dots, x_N^k)$ həlli (16) sistemini ödəsə, bu həm də (15) - (18) məsələsinin optimal həlli olacaq və bununla da həll prosesi başa çatır.

Bu prosesi həyata keçirən üsul və onun yığılanlığı aşağıdakı teoremə əsaslanır.

Teorem 5. Tutaq ki, $(19^r) - (22^r)$, $(r = 0, 1, \dots, p)$ məsələlərinin

$X^0, X^1, \dots, X^p$ optimal həlləri məlumdur və $\omega_p = \{1, 2, \dots, m\} \setminus \{i_0, i_1, \dots, i_p\}$. Burada i_k ($k = \overline{0, p}$) k -cı iterasiyada (16) sistemindəki ödənilməyən bərabərsizliyin nömrəsidir. Onda $X^0, X^1, \dots, X^p$ həllərinin növbəti $(p+1)$ -ci iterasiyada qurulmuş $(19^{p+1}) - (22^{p+1})$ məsələsinin mümkün həllinin (eləcə də optimal həllinin) olmaması üçün zəruri və kafi şərt $t_{i_k} \geq 0$, $(k = \overline{0, p})$ məchullarına nəzərən aşağıdakı xətti bərabərsizliklər sisteminin ödənilməsidir:

$$\sum_{k=0}^p \left(\sum_{j=1}^N a_{i_k j}^0 x_j^r - b_{i_k}^0 \right) \cdot t_{i_k} > \sum_{i \in \omega_p} \left(b_i^0 - \sum_{j=1}^N a_{ij}^0 x_j^r \right), \quad (r = \overline{0, p}).$$

İşin 2.2 yarım-fəsilində yalnız iki məhdudiyyətə malik olan aşağıdakı tamədədli xətti proqramlaşdırma məsələsinə baxılmışdır.

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max, \quad (23)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{1j} x_j \leq b_1, \quad (24)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{2j} x_j \leq b_2,$$

$$0 \leq x_j \leq d_j, \quad x_j, d_j - \text{tamdır}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (25)$$

Burada $c_j, a_{1j}, a_{2j}, b_1, b_2$ - tam ədədlərdir (ümumiliyi pozmadan $c_j > 0, j = \overline{1, n}$ qəbul edə bilərik).

(23) - (25) məsələsinin həlli üçün təklif olunmuş üsulun mahiyyəti aşağıdakından ibarətdir: əvvəlcə (24) bərabərsizliklərindən birinə yeni $y \geq 0$ məchulu əlavə etməklə tənlik alırıq və alınmış tənlikdən müəyyən

x_k məchulunu yerdə qalanları ilə əvəz edirik. Sonra x_k məchulunun bu ifadəsini digər bərabərsizlikdə və (23) funksiyasında yerinə yazmaqla bir məhdudiyyətə malik məsələ alırıq. Alınmış məsələni dinamik proqramlaşdırma üsulunun tətbiqi ilə həll edirik. Bu həll x_k dəyişəninə mənfi olmayan tam qiymət versə, həmin həll (23) - (25) məsələsinin optimal həlli olar və həll prosesi sona çatır. Əks halda, funksionalın qiymətləri cədvəldən istifadə etməklə bir məhdudiyyətli məsələnin

növbəti ən yaxşı həlli seçilir. Bu həllə nəzərən, x_k dəyişəni mənfi olmayan tam qiymət alsın, o optimal həll olar və proses başa çatır. Əks halda, cədvəldən növbəti ən yaxşı həll seçilir və s. Bu cür seçmə prosesi o

zaman başa çatır ki, seçilmiş cari həll x_k dəyişəninə mənfi olmayan tam qiymət versin. Qeyd edək ki, funksionalın dinamik proqramlaşdırma prinsipi vasitəsi ilə qurulmuş qiymətlər cədvəli sonlu olduğundan, təklif olunmuş həll prosesi sonlu sayda addımdan sonra başa çatır.

Dissertasiya işinin 2.3 yarımfəslində aşağıdakı çoxməhdudiyyətli tamədədli xətti proqramlaşdırma məsələsinə baxılır:

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max, \quad (26)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = \overline{1, m} \quad (27)$$

$$0 \leq x_j \leq d_j, \quad x_j, d_j - \text{tamdır}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (28)$$

Burada $a_{ij}, b_i, c_j, (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n})$ - tam ədədlərdir, ümumiliyi pozmadan $c_j > 0, j = \overline{1, n}$ qəbul edə bilərik.

Bu məsələnin optimal həllinin tapılması üçün əvvəlcə o, bir məhdudiyyətli müəyyən məsələyə gətirilir. Alınmış məsələnin optimal həlli dinamik proqramlaşdırma prinsipinə əsasən tapılır. Bu zaman funksionalın qiymətləri cədvəldən ardıcıl istifadə etməklə (26) - (28) məsələsinin optimal həlli seçilir. Başqa sözlə aşağıdakı proses baş verir:

Əvvəlcə (26) - (28) məsələsinin optimal həllinin tapılması üçün ümumiliyi pozmadan, (27) bərabərsizliklər sisteminin ilk $m - 1$ dənəsinə yeni dəyişənlər əlavə etməklə, tənliklər sistemi alırıq. Sonra bu tənliklərdə, yenə də ümumiliyi pozmadan, $x_1, x_2, \dots, x_{m-1}$ dəyişənlərini yerdə qalan $x_m, x_{m+1}, \dots, x_n$ dəyişənləri ilə əvəz edirik. Həmin əvəzləmələri sistemin m -ci bərabərsizliyində və (26) funksiyasında yerinə yazırıq. Nəticədə $n - m + 1$ dəyişənli bir məhdudiyyətli tamədədli proqramlaşdırma məsələsi alırıq. Alınmış bir məhdudiyyətli məsələni dinamik proqramlaşdırma prinsipinin rekurrent münasibətilə həll edib, qiymətlər cədvəldən sonuncu xanadakı optimal qiymətə uyğun $(x_m, x_{m+1}, \dots, x_n)$ həllini $x_1, x_2, \dots, x_{m-1}$ dəyişənlərinin əvəzləmədəki ifadələrində yerinə yazırıq. Əgər $x_1, x_2, \dots, x_{m-1}$ üçün tapılan qiymətlər mənfi olmayan tam ədədlər olarsa, onda (26) - (28) məsələsinin optimal həllini almış oluruq. Əks halda, dinamik proqramlaşdırma cədvəlinin növbəti ən böyük qiymətinə uyğun olan $(x_m, x_{m+1}, \dots, x_n)$ həllini seçib, onu yenidən $x_1, x_2, \dots, x_{m-1}$ əvəzləmələrində yerinə yazırıq. Əgər $x_1, x_2, \dots, x_{m-1}$ dəyişənlərinin alınmış qiymətləri mənfi olmayan tam ədədlər olarsa, onda $x_1, x_2, \dots, x_n$ ədədləri (26) - (28) məsələsinin optimal həlli olar. Əks halda, cədvəldən növbəti ən böyük ədəd seçilir və proses bu qayda ilə davam etdirilir. Aydındır ki, sonlu sayda addımdan sonra (26) - (28) məsələsinin optimal həlli tapılır.

Qeyd edək ki, bu yarımfəsildə təklif olunmuş üsul 2.2 yarımfəslində ikiməhdudiyyətli tamədədli xətti proqramlaşdırma məsələsinin həlli üçün təklif olunmuş üsulun çoxməhdudiyyətli məsələ halına ümumiləşməsidir.

Aparılmış hesablamə eksperimentləri göstərir ki, bu fəsildə təklif olunmuş üsullar məsələnin əmsalları böyük ədədlər olmadığı halda kifayət qədər keyfiyyətlidir.

Dissertasiya işinin **üçüncü fəslində** tamədədli xətti proqramlaşdırma modellərinə gələn bəzi praktiki məsələlərin riyazi modelləri qurulmuş və onların həll üsulları verilmişdir. Belə ki, 3.1 yarımfəslində neftçıxarma idarələri üzrə işəməyən quyuların işə salınmasının optimal seçilməsi məsələsinin riyazi modeli, 3.2 yarımfəslində işə obyektlərin mərhələli yaradılmasının optimallaşdırılması modeli qurulmuşdur. Bu modellər xüsusi strukturalı. Bu proqramlaşdırması məsələləridir və onların suboptimal həllinin qurulması üçün müəyyən alqoritmlər işlənmişdir. Həmin alqoritmlər məsələnin iqtisadi mahiyyətinə əsaslanırlar.

Dissertasiya işinin üçüncü fəslindən sonra işin əsas nəticələri, istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısı və “QİSMƏN ÇANTA” adlı proqram kompleksi işə əlavə kimi verilmişdir.

İŞİN ƏSAS NƏTİCƏLƏRİ.

1. Qismən tamədədli çanta məsələsində optimal həlli saxlayan kiçik oblastı tapmağa imkan verən və asan yerinə yetirilə bilən kriteriya çıxarılmışdır. Bu kriteriya vasitəsi ilə optimal həll bütün oblastda deyil, yalnız onun bir hissəsində axtarılır.
2. Optimal həlli saxlayan kiçik oblastın tapılması zamanı bəzi məchulların optimal qiymətləri də tapıla bilər. Bunu nəzərə alaraq, cari məsələnin optimal həllini məlum üsulların (məsələn: dinamik proqramlaşdırma, yaxud budaqlanmalar və sərhədlər) köməyi ilə tapmaq olur.
3. Qismən tamədədli çanta məsələsinin optimal həllini tapan yeni və daha effektiv həll üsulu işlənmişdir. Bu üsulun mahiyyəti ondan ibarətdir ki, hər iterasiyada optimal qiymətin nəinki yuxarı sərhəddi, həm də aşağı sərhəddi tapılır və növbəti iterasiyalarda bu sərhədlər bir-birinə yaxınlaşdırılır. Bu işə öz növbəsində daha böyük ölçülü məsələləri həll etməyə imkan verir.
4. Çoxməhdudiyyətli qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələsində əvəzləyici bərabərsizlik anlayışı verilmiş və bu bərabərsizlikləri qurub, alınan bir məhdudiyyətli tamədədli proqramlaşdırma məsələlərinin optimal həllər ardıcılığının ilkin verilmiş məsələnin optimal həllinə yığılması isbat olunmuşdur.

5. Yalnız iki məhdudiyyət şərtinə malik olan tamədədli xətti proqramlaşdırma məsələsinin optimal həllinin tapılması üçün dinamik proqramlaşdırma prinsipinə əsaslanan bir üsul işlənmişdir.
6. Çoxməhdudiyyətli tamədədli proqramlaşdırma məsələsini bir məhdudiyyətli məsələyə gətirməklə onun optimal həllinin tapılması üçün bir üsul işlənmişdir.
7. İşləməyən neft quyularının ayrılmış vəsait həcminə görə işə salınmasının optimal seçilməsi məsələsinin riyazi modeli qurulmuşdur. Bu model xüsusi strukturlu çanta məsələsi şəklində alınmışdır.
8. Verilmiş məntəqələrə görə onları əlaqələndirən obyektlərin mərhələli yaradılmasının optimallaşdırılması məsələsinin modeli qurulmuşdur. Bu model xüsusi strukturlu və iki indeksli çanta məsələsi şəklində alınmışdır. Modelin iqtisadi interpretasiyasına əsaslanaraq bu məsələnin bir həll üsulu işlənmişdir.

Dissertasiya işinin əsas nəticələri aşağıdakı elmi işlərdə öz əksini tapmışdır.

1. *Məmmədov K. K.* Neftçixarma idarələri üzrə işləməyən neft quyularının təmir üçün optimal seçilməsi məsələsinin iqtisadi-riyazi modeli. Riyaziyyatın tətbiqi problemləri elmi konfransının materialları. BDU, Tətbiqi riyaziyyat və kibernetika fakültəsi, Bakı, 2006, s. 54 - 56.
2. *Məmmədov K. K.* Bütün neftçixarma idarələri üzrə işləməyən quyuların işə salınmasının optimal seçilməsi məsələsi. The international conference, "The problems of cybernetics and informatics", Bakı, 2006, s. 135 - 137.
3. *Mənsimov K. B., Məmmədov K. K.* İnformasiya mərkəzlərinin bölgələr üzrə mərhələli yaradılmasının optimallaşdırılması modeli. "Riyaziyyatın tətbiqi məsələləri və yeni informasiya texnologiyaları" Respublika elmi konfransının materialları, Sumqayıt, 2007, s. 227 - 228.
4. *Məmmədov K. K.* Solution of the problem of the mixed-integer programming with one restriction. The Second International Conference "Problems of Cybernetics and Informatics" Bakı, 2008, pp. 29 - 31.
5. *Musayeva T.M., Məmmədov K. K.* İki məhdudiyyətli tamədədli proqramlaşdırma məsələsinin bir həll üsulu // Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının "Xəbərləri", 2009, № 3, Bakı, s. 5 - 9.
6. *Мамедов К. К.* Определение меньшей области, содержащие оптимальное решение для частично-целочисленной задачи о ранце // Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası "Məruzələr", 2009, № 3, Bakı, s. 30 - 37.

7. *Mənsimov K. B., Musayeva T. M., Məmmədov K. K.* Qismən - tamədədli proqramlaşdırma məsələsinin əvəzləyici bərabərsizliklər qurmaqla həlli // Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının “Xəbərləri”, 2010, № 3, Bakı, s. 39 - 45.
8. *Мансимов К.Б., Мамедов К. К.* Метод решения частично-целочисленной задачи о ранце сужением границы значений целевой функции и переменных // Автоматика и вычислительная техника, 2010, № 4, Рига, с. 40 - 53.
9. *Mansimov K.B., Mammadov K.K.* Mixed-integer knapsack problem solving method using the narrow intervals for the criterion function and variables // Automatic Control and Computer Sciences, August 2010, Volume 44, № 4, pp. 216 - 226 (translation).
10. *Mammadov K. K.* Method of solving mixed-integer programming with only one limit. The Third International Conference “Problems of Cybernetics and Informatics” Dedicated to the World Science Day for Peace and Development. Baku, 2010, pp. 296 - 299.
11. *Musayeva T. M., Məmmədov K. K.* Çoxməhdudiyyətli tamədədli proqramlaşdırma məsələsinin bir həll üsulu // Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının “Xəbərləri”, 2011, № 3, Bakı, s. 82 - 89.
12. *Mammadov K. K.* Computetional Aspects of the Method of Bilateral Narrowing of the Boundaries of the Optimum and the Variablies in the Mixed-integer Knapsack Problem. IV International Conference “Problems of Cybernetics and Informatics” Vol. 3, Baku, 2012, pp. 122 - 124.

Müştərək müəlliflərlə yerinə yetirilmiş işlərdə müəllifin şəxsi rolu:

[3] işində - modelin qurulması; [5] işində - alqoritmin qurulması və hesablama eksperimentlərinin aparılması; [7] işində - bəzi teoremlərin və təklif olunan üsulun yığılanlığının isbatı; [8-9] işlərində - optimal qiymətin aşığı və yuxarı sərhədlərinin iterativ olaraq yaxınlaşdırılması ilə bağlı teoremlərin isbatı, hesablama eksperimentlərinin aparılması; [11] işində əvəzləyici bərabərsizlik anlayışının verilməsi və təklif olunmuş üsulun optimal həllə yığılanlığının göstərilməsi.

КАМАЛ КНЯЗЬ ОГЛЫ МАМЕДОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С ЧАСТЬЮ ПЕРЕМЕННЫХ С ЦЕЛЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ

Р Е З Ю М Е

В диссертационной работе выведены критерии для нахождения меньшей области, содержащие оптимальное решение частично-целочисленной задачи о ранце. После применения этих критериев получается задача с меньшей допустимой областью и меньшим количеством переменных, которую можно решить методом динамического программирования.

Предложен новый метод решения частично-целочисленной задачи о ранце. С этой целью сначала уменьшается число целочисленных переменных и область допустимых решений, в которой содержится оптимальное решения. Далее, полученная эквивалентная задача решается методом типа «ветвей и границ», где при каждом ветвлении существенно используется сужение границы значений функционала и переменных.

Разработаны методы решения задач частично-целочисленного программирования со многими ограничениями путем построения заменяющих неравенств. Предложены методы решения задач целочисленного программирования с двумя и более ограничениями.

Построена математическая модель оптимального выбора для эксплуатации не работающих нефтяных скважин и разработан один алгоритм для ее решения. Также построена модель и разработан алгоритм решения задачи оптимизации поэтапного построения объектов.

**RESEARCH AND DEVELOPMENT OF SOLVING SOME LINEAR
PROGRAMMING WITH PART OF THE VARIABLES ARE
INTEGERS**

SUMMARY

This thesis derived criteria for finding a smaller region containing the optimal solutions of partial integer knapsack problem. After the application of the criteria we have the problem with a smaller feasible region and a smaller number of variables, which can be solved by dynamic programming.

A new method for the solution of partial integer knapsack problem. To this end, we first reduce the number of integer variables and the region of feasible solutions that contains the optimal solution. Next, we get an equivalent problem is solved by the method of the "branch and bound", where each branching essentially use restriction limits the functional values and variables.

The methods for solving partial-integer programming problems with many constraints construction replacing inequalities. The methods for solving integer programming problems with two and with many restrictions.

A mathematical model of optimal choice for use not working oil wells and developed an algorithm for its solution. And also built a model and an algorithm of optimization problem phased construction objects.

Sifariş . Tiraj 100. Format 60 x 84 1/16

Əla növ kağız.

AMEA Kibernetika İnstitutu,

İnformasiya materiallarının hazırlanması sahəsi.

Bakı şəhəri, B. Vahabzadə küçəsi, 9.

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА
ИНСТИТУТ КИБЕРНЕТИКИ им. акад. А. И. ГУСЕЙНОВА

На правах рукописи

КАМАЛ КНЯЗЬ оглы МАМЕДОВ

**ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ
НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С
ЧАСТЬЮ ПЕРЕМЕННЫХ С ЦЕЛЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ**

1203.01 - Компьютерные науки

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
доктора философии по математике

Баку - 2014