

**AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ
BAKİ DÖVLƏT UNİVERSİTETİ
TƏTBİQİ RİYAZİYYAT İNSTİTUTU**

Əlyazması

hüququnda

ƏSGƏROV İDRAK MİRZƏBABA oğlu

**QAZ-LİFT PROSESİNDƏ OPTİMAL İDARƏETMƏ
MƏSƏLƏLƏRİNİN ASİMPOTOTİK HƏLL ÜSULLARI**

3338.01 – Sistemli analiz, idarəetmə

və informasiyanın işlənməsi

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq

üçün təqdim olunmuş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

BAKİ - 2013

Dissertasiya işi Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının Akademik Ə.İ. Hüseynov adına Kibernetika və BDU-nun Tətbiqi Riyaziyyat Elmi Tədqiqat İnstitutlarında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:

Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, akademik

F.Ə.Əliyev

Rəsmi opponentlər:

Texnika elmləri doktoru, AMEA-nın müxbir üzvü

Z.Y. Abbasov

Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

M.A.Sadıqov

Aparıcı təşkilat: Azərbaycan Dövlət Neft Akademiyasının Neftin, Qazın Geotexnoloji problemləri və Kimya Elmi Tədqiqat İnstitutu.

Müdafiə « 27 » dekabr 2013-cü il tarixdə saat 14⁰⁰ də Bakı Dövlət Universitetinin nəzdindəki FD.02.017 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: Az 1148, Bakı ş., Zahid Xəlilov küçəsi, 23

Dissertasiya ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq olar.

Avtoreferat 26 noyabr 2013-cü il tarixdə göndərilmişdir.

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı: Azərbaycanda neft kimya kompleksinin inkişafı yeni innovasion texnologiyaların tətbiqində bir sıra mühüm riyazi məsələlərin həll edilməsi vəzifəsini ortaya qoyur. Bu cür riyazi məsələlərə misal olaraq neft quyularının qaz-lift üsulu ilə istismarı zamanı optimal trayektoriya və idarəedicinin tapılmasını göstərmək olar.

Aydındır ki, layda təzyiqin aşağı düşməsindən sonra fantan üsulu sona çatır və neft quyusunun istismarı yeni mərhələyə keçir. İqtisadi baxımdan qaz-lift üsulu istismarda ən sərfəli üsullardan biridir. Baxmayaraq ki, bu üsul XIX-cü əsrin axırlarında Bakıda Nobel qardaşları tərəfindən təklif olunmuşdur ancaq hələ indiyə qədər qaz-lift prosesinin riyazi modeli mükəmməl olaraq işlənməmişdir. Bu sahədə Şurov V.İ., Nuriyev N.B., Yüsifov S.İ., Hüseynov F.Ə., A.Mirzəcanzadə, Eikrem G.O.və s. müəlliflərin çoxlu sayda tədqiqatları var. Həmin tədqiqat işlərinin bir qisminə əsasən bəzi texniki məsələlər tədqiq olunur, amma Eikrem G.O. işlərində əsasən mayenin hərəkəti maddi nöqtənin hərəkəti ilə eyniləşdirilərək muxtəlif məsələlərə baxılır. Burada həmin eyniləşdirmə çox da əsaslı olmadığından məsələdə optimal rejimin tapılması və stabiləşdirmə məsələlərinin özündə müəyyən çatışmamazlıqlar olur. Məsələn, optimal tənzimləyicilərin qurulması standart məlum məsələlərin həllindən uzaqda durur. Bu baxımdan ilk dəfə olaraq 2008-ci ildə Əliyev F.Ə., İlyasov M.X. və Camalbəyov M.A., dərc etdirdikləri işdə¹ qaz-lift prosesi zamanı qaz və maye-qaz qatışıqının hərəkətini xarakterizə edən mükəmməl riyazi modeli vermişlər. Sonralar bu modelə uyğun bəzi məsələlərin həllini Əliyev F.Ə., İlyasov M.X. və Nuriyev N.B. xətti

¹ Алиев Ф.А. , Ильясов М.Х. , Джамалбеков М.А. Моделирование работы газлифтной скважины // Доклады НАНА, №4, 2008, с. 107-116.

kvadratik optimal idarəetmə məsələsinin həllinə gətirmişlər². Bəzi hallarda (məsələn, quyudan məhdud həcmdə neftin çıxarılması halı) məsələ sona qədər həll olunaraq optimal trayektoriya, idarəedici tapılmış və bunlara uyğun optimal tənzimləyicinin qurulması məsələsi sona qədər həll olunmuşdur. Lakin bütün bunlara baxmayaraq qaz-lift quyusunun dərinliyinin çox böyük olması burada idarəedicinin seçilməsində müəyyən çətinliklər yaradır. Məsələn, Əliyev F.Ə., İlyasov M.X. , Nuriyev N.B. müəlliflərinin birgə baxdıqları işdə düz xətlər üsulunu tətbiq etdikdə dərinliyi N-hissəyə bölüb hər səviyyədə qaz və maye-qaz qatışıqının təzyiqini və həcmi tapmağa çalışılsa bu zaman buradakı tənliliklərin sayı $2N$ -ə bərabər olacaqdır ki, bu da öz növbəsində məsələnin sona qədər həll olunması üçün kompyuter hesablamalarının aparılmasında müəyyən çətinliklər yaradır. Yəni, düz xətlər üsulunda uyğun törəmələr fərqlərlə əvəz olunduqda N bölgüsü kifayət qədər kiçik olmalıdır ki, uyğun fərqlərin mənası olsun. Bu isə N səviyyələrində bütövlükdə tənliliklərin sayını ciddi sayda artırır və kompüterin işləmə imkanını məhdudlaşdırır. Qeyd edək ki, $[0, 21]$ parçasında uyğun diferensial tənliliklərin həllini, tənliliyin sağ tərəfinə kiçik ε - parametri əlavə etməklə $[0, 1]$ parçasında tədqiq etmək, artıq yüksək tərtibli tənliliklərdən azad olmağa təbii şərait yaradır. Ona görə də uyğun asimptotik üsulların qaz-lift məsələlərinin həllinin tapılmasına tətbiq etməklə prosesin müəyyən mənada riyazi model vasitəsi ilə sona yetirilməsinə imkan yaranır.

İşin əsas məqsədi: Dissertasiya işinin məqsədi aşağıdakı əsas məsələlərin həllindən ibarətdir:

- 1) Kəsilməz və diskret hallarda bir sıra optimal sərhəd idarəetmə məsələlərinin qoyuluşu, eyni adlı məsələlərin təbii yolla çevirmələr vasitəsi ilə kiçik parametr daxil olan idarəetmə məsələlərinə gətirilməsi, asimptotik üsulla onların araşdırılması və yeni həll alqoritmlərinin təklif olunması;
- 2) Qaz-lift prosesində kəsilməz və diskret halda qoyulmuş optimal sərhəd idarəetmə məsələlərinin asimptotik üsulla həllərinin araşdırılması və həll alqoritmlərinin təklif olunması.

² Алиев Ф.А. , Ильясов М.Х. ,Нуриев Н.В. Проблемы математического моделирования , оптимизации и управления газлифта // Доклады НАНА, №4, 2009, с. 100-117.

- 3) Qaz-lift prosesində qoyulan kəsilməz və diskret halda periodik sərhəd şərtli, optimal idarəetmə məsələsinin asimptotik üsulla həll alqoritmlərinin verilməsi;
- 4) Qaz-lif prosesində baxılmış xətti kvadratik optimal idarəetmə məsələsinin asimptotik üsulla həllini, bir halda buradan tapılan optimal trayektoriya və idarəediciyə uyğun optimal tənzimləyicinin qurulması;

Tədqiqat üsulları: Dissertasiya işində qarşıya qoyulmuş məsələləri həll etmək üçün, riyazi modelləşdirmə, optimal idarəetmə, adi differensial tənliklər, asimptotik üsullar, matris differensial hesabı və hesablama riyaziyyatı nəzəriyyəsinin müasir üsullarından istifadə olunmuşdur.

Elmi yenilik: Dissertasiyada aşağıdakı nəticələr yenidir:

- 1) Qaz-lift prosesində optimal sərhəd idarəetmə məsələlərinin asimptotik üsulla həll üsulları və məsələnin ədədi həll alqoritmləri verilmişdir;
- 2) Qaz-lift prosesində qoyulmuş periodik sərhəd şərtli idarəetmə məsələsinin asimptotik üsulla ədədi həll alqoritmləri verilmişdir;
- 3) Qaz-lift prosesi üçün qoyulmuş xətti kvadratik optimal idarəetmə məsələsinin bir praktiki halda asimptotik üsulla həlli alqoritmləri qurulmuş və alqoritmlərin ədədi analizləri verilmişdir;
- 4) Qaz-lift prosesi üçün qoyulmuş xətti kvadratik optimal idarəetmə məsələsinin asimptotik üsulla həlli zamanı tapılan optimal trayektoriya və idarəedici ətrafında uyğun stabilləşmə məsələsinin tam informasiya şəraiti daxilində həll alqoritmləri verilmişdir;

Bütün bunlar daha sadə komputer realizasiyasının aparılmasına şərait yaradır.

İşin elmi və praktiki dəyəri: Qeyd edə bilərik ki, qaz-lift prosesinin məlum riyazi modelində məsələni xətti kvadratik optimal idarəetmə məsələsinə gətirildiyi halda burada quyu dərinliyinin hər bir hissəsində uyğun olaraq qaz, maye-qaz qatışığının həcmi və təzyiqini hesablamağa çalışsaq bu zaman ümumi sistemin ölçüsü həddindən artıq böyük olur. Bu öz növbəsində qoyulan məsələnin sona qədər həll olunmasında və kompyuterdə hesablamların aparılmasında ciddi çətinliklər yaradır. Bu baxımdan dissertasiya işinin praktiki dəyəri olaraq onu qeyd edə bilərik ki, qoyulan məsələnin asimptotik üsulla həlli zamanı yuxarıda qeyd etdiyimiz

çətinliklər aradan qaldırılır və məsələ sona çatdırılır. Bundan əlavə yeni verilmiş alqoritmlər əsasında riyazi hesablamalar proqramları tərtib olunaraq müvafiq praktiki məsələlərinin həlli üçün kompyuterdə hesablamalar aparılmış və bu üsulların üstünlükləri məlum modellərlə müqayisədə təsdiqlənmişdir.

Tədqiqat işinin nəticələrinin tətbiqi: Dissertasiya işində konkret qaz-lift quyusunun verilənləri əsasında sərhəd optimal idarəetmə, sərhəd şərtli periodik optimal idarəetmə və xətti kvadratik optimal idarəetmə məsələləri, verilən alqoritmlər əsasında yaradılmış proqramlara görə ədədi həll olunaraq başlanğıc vurulan qaz həcmi tapılmışdır. Bunlar isə Azərbaycan RİTN-in İKT mərkəzinin AZNEFT-lə birgə apardığı müqavilələrin yerinə yetirilməsində istifadə olunmuşdur.

İşin aprobasiyası: Dissertasiya işinin əsas elmi-nəzəri və praktiki nəticələri aşağıdakı elmi konfranslarda məruzə edilmiş və müzakirə olunmuşdur:

- 1) Türk Dünyası Riyaziyyat Cəmiyyətinin IV Konqresi (Bakı, 2011) ;
- 2) “Spektral nəzəriyyə və onun tətbiqləri” (Bakı, 2010) ;
- 3) Bakı Dövlət Universiteti Tətbiqi Riyaziyyat Elmi Tədqiqat İnstitutunun elmi seminarları (Bakı, 2009-2013),
- 4) “İnformatika və Mexanikanın aktual problemləri” adlı beynəlxalq konfransı (Bakı, 2013).

Çap olunmuş elmi əsərlər: Dissertasiya işinin mövzusu üzrə müəllifin 5 məqalə və 2 tezisi çap olunmuşdur.

Dissertasiyanın həcmi və quruluşu: Dissertasiya işi girişdən, üç fəsildən, yekundan, istinad olunan 69 ədəbiyyat siyahısından, 13 şəkil, bir cədvəl və əlavələrdən ibarətdir.

DİSSERTASIYANIN MƏZMUNU

Dissertasiyanın girişində mövzunun aktuallığı, tədqiqatın məqsədi qeyd olunmuş və dissertasiyanın əsas nəticələri şərh olunmuşdur.

Birinci fəsil dörd yarım fəsildən ibarətdir və qaz-lift prosesində asimptotik üsulla optimal rejimlərin (trayektoriya və idarəedici) qurulması məsələlərinin həllinə həsr olunmuşdur. Birinci fəslin birinci yarım fəslində obyektin hərəkət tənlikləri

$$\begin{aligned}
\dot{y} &= f^1(y(x), \varepsilon), & 0 \leq x \leq a-0, \\
\dot{y} &= f^2(y(x), \varepsilon), & a+0 \leq x \leq 2a, \\
y(0, \varepsilon) &= u(\varepsilon)
\end{aligned} \tag{1}$$

şəklində verildiyi halda

$$y(a+0, \varepsilon) = \gamma^T y(a-0, \varepsilon) + \gamma_1^T(y(a-0, \varepsilon))\bar{y} \tag{2}$$

şərti daxilində başlanğıc $u(\varepsilon)$ şərtinə görə aşağıdakı funksionalın minimallaşdırılması məsələsinə baxılmışdır.

$$J = \frac{1}{2} y^T(2a, \varepsilon) \tilde{Q} y(2a, \varepsilon) + \int_0^{2a} y^T(x, \varepsilon) Q(x) y(x, \varepsilon) dx + u^T(\varepsilon) \beta u(\varepsilon). \tag{3}$$

Burada y - n ölçülü vektor, u isə n - ölçülü naməlum başlanğıc vektor (bu u parametri idarəedici kimi qəbul oluna bilər), $\bar{y}$ - skalyar, γ - $n \times n$ ölçülü matris, $\gamma_1(y(a-0, \varepsilon))$ - n ölçülü vektor, T - transponirə işarəsi, $\tilde{Q}$ - $n \times n$ - ölçülü simmetrik matris, $\tilde{Q} \leq 0$, $\beta > 0$, $Q(x) \leq 0$ - isə n - ölçülü simmetrik və elementləri kəsilməz funksiyalardır. Baxılan (1)-(3) məsələsinin həlli üçün uyğun genişlənmiş funksional yazılaraq buradan Eyler-Laqranj tənlikləri və qoşma $\lambda(x, \varepsilon)$ vuruqlarına uyğun sərhəd şərtləri alınmışdır. Müəyyən şərtlər daxilində baxılan (1) sisteminin sol tərəfindəki $f(y(x), \varepsilon)$ funksiyanın kiçik parametərə görə

$$f(y(x), \varepsilon) = f_0(y(x)) + \varepsilon f_1(y(x)) + \varepsilon^2 f_2(y(x)) + \dots \tag{4}$$

ayrılığı yazılaraq sistemin və məsələyə uyğun alınan Eyler-Laqranj tənliklərinin həlləri

$$\begin{aligned}
y(x, \varepsilon) &= y_0(x) + \varepsilon y_1(x) + \varepsilon^2 y_2(x) + \dots, \\
\lambda(x, \varepsilon) &= \lambda_0(x) + \varepsilon \lambda_1(x) + \varepsilon^2 \lambda_2(x) + \dots
\end{aligned} \tag{5}$$

və ümumi (1)-(3) məsələsinin həlli olan $u(\varepsilon)$ idarəedicisi

$$u(\varepsilon) = u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \dots \quad (6)$$

kiçik parametrdən asılı sıraları şəklində axtarılmışdır. Sonra (1) sistemində və uyğun Eyler Laqranj tənliyində (5), (6) həlləri nəzərə alınaraq, ε kiçik parametrinin dərəcələrinin əmsallarına görə bərabərləşdirmələr aparılmış və nəticədə aşağıdakı teoremin doğruluğu göstərilmişdir.

Teorem 1. Əgər (1) sistemindəki $f^1(y(x), \varepsilon)$ və $f^2(y(x), \varepsilon)$ funksiyaları istənilən tərtibdən kəsilməz diferensiallanandırsa və u_0, u_1 uyğun

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{y}_0(x) = f_0(y_0(x)) \\ \dot{\lambda}_0(x) = - \left[\frac{\partial f_0(y_0(x))}{\partial y(x)} \right] \cdot \lambda_0(x) - 2y_0(x) \cdot Q(x), \\ y_0(0) = u_0, \\ \lambda_0(2a) = \tilde{Q}y_0(2a), \\ y_0(a+0) = \gamma^T y_0(a-0) + \gamma_1^T(y_0(a-0, \varepsilon))\bar{y}, \\ \lambda_0(a-0) = \gamma^T \lambda_0(a+0) + \left[\frac{\partial \gamma_1(y_0(a-0))}{\partial y_0(a-0)} \right]^T \cdot \lambda_0(a+0)\bar{y}, \\ 2\beta u_0 + \lambda_0(0) = 0, \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\begin{cases}
\dot{y}_1(x) = y_1 \left(\frac{\partial f_0}{\partial y_0} \right) + f_1, \\
\dot{\lambda}_1(x) = - \left[\frac{\partial f_0(y_0(x))}{\partial y(x)} \right] \cdot \lambda_1(x) - \left[\frac{\partial f_1(y_0(x))}{\partial y(x)} + \frac{\partial^2 f_0(y_0(x))}{\partial y^2(x)} \right] \cdot \lambda_0(x) - \\
- 2y_1(x) \cdot Q(x), \\
y_1(0) = u_1 \\
\lambda_1(2a) = \tilde{Q}y_1(2a), \\
y_1(a+0) = \gamma^T y_1(a-0) + \gamma_1^T(y_1(a-0)) \bar{y}, \\
\lambda_1(a-0) = \gamma^T \lambda_1(a+0) + \left[\frac{\partial \gamma_1(y_1(a-0))}{\partial y_1(a-0)} \right]^T \cdot \lambda_1(a+0) \bar{y}, \\
2\beta u_1 + \lambda_1(0) = 0.
\end{cases} \quad (8)$$

(7), (8) məsələlərinin həllidirsə onda ε -nün kifayət qədər kiçik qiymətləri üçün (1)-(3) məsələsinin həlli birinci yaxınlaşmada $u(\varepsilon) \approx u_0 + \varepsilon u_1$ ifadəsinə bərabərdir.

Bundan sonra bu fəslin ikinci yarımfəslində, birinci yarımfəsilə verilən üsul əsasında qaz-lift prosesi zamanı qaz və maye-qaz qatışıqının boru daxili və boru xarici hərəkətini təsvir edən xüsusi törəməli hiperbolik tip tənliklər sistemində quyu dərinliyinin tərs qiymətinə kiçik parametrlər

kimi $\varepsilon = \frac{1}{2|L|}$ baxılaraq $z = \frac{x}{2|L|} = \varepsilon x$ əvəzetməsi aparılmış və verilən

sistem kiçik parametrdən asılı

$$\begin{cases}
-\varepsilon \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial(\rho \omega_c)}{\partial t} + 2a\rho \omega_c \\
-\frac{\partial P}{\partial t} = \varepsilon \cdot c^2 \frac{\partial(\rho \omega_c)}{\partial z}
\end{cases} \quad (9)$$

tənliklər sisteminə gətirilmişdir.

Burada c -səs sürətini, L -quyunun dərinliyini, ω_c -qatışıqın hərəkət sürətini, ρ -qazın sıxlığını bildirir. a -parametri isə

$2a = \frac{g}{\omega_c} + \frac{\lambda_c \omega_c}{2D}$ ifadəsi vasitəsi ilə tapılır. Bu ifadə də λ_c -hidravlik

muqavimət əmsalı, g - sərbəst düşmə təcili, D -isə halqavari fəzanın və qaldırıcının effektiv diametrləridir. $|L|$ isə L dərinliyinin adsız ədədi ifadəsidir. Bu tənliklər sistemi üzərində müəyyən tip çevirmələr və ortalaşma üsulunu tətbiq etdikdən sonra qaz-lift prosesində qoyulmuş optimal sərhəd idarəetmə məsələsi (1)-(3) məsələsinə gətirilərək həll edilmişdir. Bu yarımfəslin sonunda məsələnin həll alqoritmləri və konkret misal üzrə hesablamalar aparılaraq məlum metodlarla analizləri verilmişdir.

Birinci fəslin üçüncü yarımfəslində isə asimptotik üsulla bəzi periodik sərhəd şərtlə, optimal idarəetmə məsələsinin həllinə baxılmışdır. Birinci yarım fəsildən fərqli olaraq buraya əlavə olaraq

$$y(a + 0, \varepsilon) = y(2a, \varepsilon) \quad (10)$$

sərhəd periodiklik şərti daxil edilmişdir.

Burada (1) sisteminin (2) və (10) şərtləri daxilində mümkün idarəedicilər içindən

$$J = \frac{1}{2} y^T(l + 0, \varepsilon) \tilde{Q} y(l + 0, \varepsilon) + u^T(\varepsilon) \beta u(\varepsilon) + \int_0^{2l} y^T(x, \varepsilon) Q(x) y(x, \varepsilon) dx \quad (11)$$

funksionalına minimum qiymət verən $u(\varepsilon)$ idarəedicisinin tapılması məsələsinə baxılmışdır. Burada da məsələnin həlli üçün genişlənmiş funksional yazılaraq Eyler-Laqranj tənlikləri və sərhəd şərtləri tapılmışdır. Birinci yarımfəsildə olduğu kimi bu yarım fəsildə də (1) sisteminin və Eyler-Laqranj tənliklərinin həlləri kiçik parametrdən asılı axtarılaraq aşağıdakı teoremin doğruluğu göstərilmişdir.

Teorem 2. Əgər (1) sistemindəki $f^1(y(x), \varepsilon)$ və $f^2(y(x), \varepsilon)$

funksiyaları istənilən tərtibdən kəsilməz diferensiaslanandırlarsa və $u^{(0)}$,

$u^{(1)}$ uyğun

$$\left\{ \begin{array}{l}
\left[\begin{array}{l} y^{(0)}(l-0) \\ \lambda^{(0)}(l-0) \end{array} \right] = L_1(y^{(0)}(0), \lambda^{(0)}(0)), \quad 0 < x < l-0, \\
\left[\begin{array}{l} y^{(0)}(2l) \\ \lambda^{(0)}(2l) \end{array} \right] = L_2(y^{(0)}(l+0), \lambda^{(0)}(l+0)), \quad l+0 < x < 2l, \\
y^{(0)}(l+0) = \gamma y^{(0)}(l-0) + \gamma_1(y^{(0)}(l-0))\bar{y}, \\
y^{(0)}(l+0) = y^{(0)}(2l), \\
\alpha y^{(0)}(l+0) + \left(\frac{\beta}{4l} - 1\right) \cdot \lambda^{(0)}(l+0) - \frac{\beta}{4l} \lambda^{(0)}(2l) = 0, \\
\gamma \lambda^{(0)}(l+0) - \frac{\beta}{4l} \lambda^{(0)}(l-0) + \frac{\partial \gamma_1(y^{(0)}(l-0))}{\partial y^{(0)}(l-0)} \cdot \lambda^{(0)}(l+0) \cdot \bar{y}, \\
u^{(0)} + \frac{\beta}{4l} \lambda^{(0)}(0) + \delta_0 = 0
\end{array} \right. \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} y^{(1)}(l-0) \\ \lambda^{(1)}(l-0) \end{bmatrix} = H_1(y^{(1)}(0), \lambda^{(1)}(0)), \quad 0 < x < l-0, \\ \begin{bmatrix} y^{(1)}(2l) \\ \lambda^{(1)}(2l) \end{bmatrix} = H_2(y^{(1)}(l+0), \lambda^{(1)}(l+0)), \quad l+0 < x < 2l, \\ y^{(1)}(l+0) = y^{(1)}(l-0) + \frac{\partial \gamma_1(y^{(1)}(l-0), \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \bigg|_{\varepsilon=0}, \\ y^{(1)}(l+0) = y^{(1)}(2l), \\ \alpha y^{(1)}(l+0) + \left(\frac{\beta}{4l} - 1\right) \cdot \lambda^{(1)}(l+0) - \frac{\beta}{4l} \lambda^{(1)}(2l) = 0, \\ \lambda^{(1)}(l+0) - \frac{\beta}{4l} \lambda^{(1)}(l-0) = 0, \\ u^{(1)} + \frac{\beta}{4l} \cdot \lambda^{(1)}(0) + \delta_1 = 0 \end{array} \right. \quad (13)$$

qeyri-xətti cəbri tənliklər sisteminin həlləri olarsa onda ε -nün kifayət qədər kiçik qiymətləri üçün (1), (2), (10), (11) məsələsinin həlli birinci yaxınlaşmada $u(\varepsilon) \approx u^{(0)} + \varepsilon u^{(1)}$ ifadəsinə bərabərdir.

(12) və (13) sistemində $y^i(0) = u^{(i)}$, $y^i(l-0)$, $y^i(l+0)$, $y^i(2l)$ və $\lambda^i(0)$, $\lambda^i(l-0)$, $\lambda^i(l+0)$, $\lambda^i(2l)$, δ_i Laqranj vuruqları dəyişənlərdir ($i = 1, 2$).

Birinci fəslin dördüncü yarım fəslində isə üçüncü yarımfəsilə verilən periodik məsələnin həlli üsülündən istifadə edərək qaz-lift prosesində periodik sərhəd şərtlə, optimal idarəetmə məsələsinin asimptotik həll üsullu verilmişdir. Bu yarım fəsilə neft quyularının qaz-lift üsulu ilə

istismarı zamanı quyu dibindən götürülən qatışıqın az itkiyə sərf olunaraq yuxarı ötürülməsi üçün qoyulan məsələnin asimptotik üsulla həlli araşdırılmış və məsələnin həll alqoritmi verilmişdir. Burada ikinci yarımfəsildə qaz-lift prosesi zamanı baxılan optimal sərhəd idarəetmə məsələsinə əlavə olaraq

$$Q\left(\frac{1}{2} + 0, \mu\right) = \tau \cdot Q(1, \mu) \quad (14)$$

şərti əlavə olunur. Burada $0 < \tau < 1$. Məsələdə bu parametri vahidə yaxınlaşdırmaqla quyu dibindən götürülən maye-qaz qatışıqının maksimum dərəcədə az itkiyə sərf olunmaqla yer səthinə ötürülməsini təmin etmək mümkündür. Bu məsələdə də sistemin və ümumi məsələnin həlli kiçik parametrdən asılı sıra şəklində axtarılaraq sonda ümumi məsələnin həlli birinci yaxınlaşmada iki xətti cəbri tənliklər sisteminin həllinin tapılmasına gətirilmişdir. Sonra bu iki sistemin həlləri olan u_0 və u_1 tapılaraq $u(\varepsilon) \approx u_0 + \varepsilon u_1$ ifadəsindən ümumi məsələnin həlli tapılmışdır. Sonda məsələnin həll alqoritmi və konkret misal üzrə MATLAB paket proqramında hesablamalar aparılmışdır.

İkinci fəsildə isə birinci fəsildə baxılan sərhədə görə idarəetmə və periodik məsələlərin diskret analoqları verilmişdir. Burada kəsilməz halda verilən obyektin hərəkət tənlikləri diskret halda

$$\begin{aligned} y(i+1) &= f^1(y(i), \varepsilon), & 0 \leq i \leq N-1, \\ y(i+1) &= f^2(y(i), \varepsilon), & N+1 \leq i \leq 2N, \\ y(0) &= u(\varepsilon) \end{aligned} \quad (15)$$

fərq tənlikləri ilə əvəz olunmuşdur. (15) sistemində verilən tənliklərin biri birinə bağlanma şərti diskret halda

$$y(N+1) = \gamma^T y(N-1) + \gamma_1^T (y(N-1)) \cdot \bar{y} \quad (16)$$

şəklində verilmişdir. Analoji qaydada diskret halda da qoyulmuş məsələlər sona qədər həll edilmişdir.

Bu fəslin birinci yarımfəsildə diskret halda bəzi optimal sərhəd idarəetmə məsələsinə baxılmışdır. Burada birinci fəslin birinci

yarımfaslində verilmiş məsələnin diskret halda analoqu verilərək, məsələnin həlli üçün genişlənmiş funksional yazılmış, buradan Eyer-Laqranj tənlikləri və onlara uyğun sərhəd şərtləri alınmışdır. Diskret halda da sistemin və ümumi məsələnin həlli kiçik parametrdən asılı axtarılaraq iki sadə məsələlərin həllinə gətirilmişdir. Burada da alınmış hər iki məsələ gradient üsulu ilə həll olunaraq sonda diskret halda verilən ümumi məsələnin həlli tapılmışdır. Bu fəslin ikinci yarımfaslində isə birinci yarımfasildə diskret halda verilən məsələnin həll üsulundan istifadə edərək qaz-lift prosesi zamanı maye və maye-qaz qatışığının kəsilməz halda verilən boru daxili və xarici hərəkət tənlikləri diskret halda

$$\left\{ \begin{array}{l} Q(i+1) = \frac{2a_1\rho_1 F_1 Q^2(i) \cdot \Delta}{\mu c_1^2 \rho_1^2 F_1^2 - Q^2(i)} - Q(i), \quad 0 \leq i \leq N-1, \\ Q(i+1) = \frac{2a_2\rho_2 F_2 Q^2(i) \cdot \Delta}{\mu c_2^2 \rho_2^2 F_2^2 - Q^2(i)} - Q(i), \quad N+1 \leq i \leq 2N, \\ Q(0) = u_0(\mu) \end{array} \right. \quad (17)$$

tənlikləri ilə və N-diskret nöqtəsində (17) sistemindəki tənliklərin bir-biri ilə bağlanma şərti isə aşağıdakı ifadə ilə əvəz olunmuşdur:

$$Q(N+1) = \gamma Q(N-1) + (-\delta_3(Q(N-1) - \delta_2)^2 + \delta_1)\bar{Q}. \quad (18)$$

Bundan sonra diskret halda sərhəd optimal idarəetmə məsələsinin asimptotik həll üsulu verilmişdir. Kəsilməz halda funksionalın diskret halda analoqu və məsələnin həlli üçün genişlənmiş funksional yazılmışdır. Buradan isə diskret halda Eyer-Laqranj tənlikləri və ona uyğun sərhəd şərtləri alınmışdır. Məsələ kəsilməz halda olduğu kimi analoji qayda da həll olunmuşdur. Sonda kəsilməz halda verilən konkret misal üzrə hesablamalar aparılmış və onların müqayisəsi verilmişdir.

Üçüncü yarımfasildə isə diskret halda periodik sərhəd şərtləli məsələnin asimptotik həll üsulu verilmişdir. Bu fəslin dördüncü yarımfaslində isə üçüncü yarımfasildə verilən üsuldan istifadə etməklə qaz-lift quyularında qoyulan periodik sərhəd şərtləli, optimal idarəetmə məsələsinin asimptotik həll alqoritmi verilmişdir.

Üçüncü fəsilə qaz-lift prosesi zamanı qaz və maye-qaz qatışıqının hərəkətini xarakterizə edən kiçik parametrdən asılı xüsusi törəməli hiperbolik tip tənliklər sisteminə düz xətlər metodunu tətbiq edərək qaz və maye-qaz qatışıqının borunun hər bir N səviyyələrindəki hərəkətini təsvir edən kiçik parametrdən asılı 2N ölçülü adi törəməli diferensial tənliklər sisteminə gətirilmişdir. Alınmış tənliklər əsasında xətti kvadratik optimal idarəetmə məsələsinə baxılmışdır.

Burada məsələ idarəedicilər sinifindən elə bir $u(\varepsilon) = [P_0 \ Q_0]^T$ idarəedicisinin tapılmasından ibarətdir ki, o ona uyğun tapılan

$$\dot{z} = A(\varepsilon)z + \bar{B}(\varepsilon)u + \bar{C}(\varepsilon) \quad (19)$$

$$z(0) = z_0 \quad (20)$$

məsələsinin həlli ilə birlikdə

$$J = \frac{1}{2} (z(T) - \bar{z})' G (z(T) - \bar{z}) + \frac{1}{2} \int_0^T u'(t) \bar{R} u(t) dt \quad (21)$$

funksionalına minimum qiymət versin. Haradakı $A(\varepsilon) = A_0 + \varepsilon A_1$ 4×4 -ölçülü, $\bar{B}(\varepsilon) = B\varepsilon$ 4×2 -ölçülü, $\bar{C}(\varepsilon) = C\varepsilon$ 4×1 -ölçülü matrislər, $G = \text{diag}[0, 0, 0, \alpha]$, $\alpha > 0$, $\bar{R}$ -iki ölçülü vahid matris və $\bar{z}$ -tələb olunan məlum parametrdir.

Burada aşağıdakı teoremin doğruluğu göstərilmişdir.

Teorem 3. Əgər $\begin{bmatrix} A_0 + \varepsilon A_1 & -\varepsilon \bar{B} \bar{R}^{-1} B' \\ 0 & -A_0' - \varepsilon A_1' \end{bmatrix}$ matrisinin tərsi

varsa o zaman (19)-(21) məsələsinin həlli ε -nün kifayət qədər kiçik qiymətləri üçün birinci yaxınlaşmada aşağıdakı ifadələrə təyin olunur.

$$z(t) = e^{A_0 t} + \varepsilon (e^{A_0 t} S_1 C - S_1 C + \Phi_{11} z_0 - \Phi_{22} e^{A_0' t} G e^{A_0 t} z_0 + \Phi_{22} e^{A_0' t} G \bar{z})$$

$$\lambda(t) = -G e^{A_0 t} z_0 + G \bar{z} + \quad (22)$$

$$+ \varepsilon (G \Phi_{22} e^{A_0' t} G e^{A_0 t} z_0 - G \Phi_{22} e^{A_0' t} G \bar{z} - G \Phi_{11} z_0 - G e^{A_0 t} S_1 C - G S_1 C),$$

$$u(t) = -R^{-1} B' \lambda(t).$$

Haradakı Φ_{11} , Φ_{22} matrisləri $H_1\Phi - \Phi H_1 = e^{H_1 t} H_2 - H_2 e^{H_1 t}$ Silvestr tənliyinin həlli olan Φ matrisinin uyğun blok matrisləridir.

Burada H_1 , H_2 və S_1 matrisləri isə aşağıdakı şəkildə təyin olunurlar.

$$H_1 = \begin{bmatrix} A_0 & 0 \\ 0 & -A_0' \end{bmatrix}, \quad H_2 = \begin{bmatrix} A_1 & -BR^{-1}B' \\ 0 & -A_1' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ 0 & S_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 + \varepsilon A_1 & -\varepsilon BR^{-1}B' \\ 0 & -A_0' - \varepsilon A_1' \end{bmatrix}^{-1}.$$

Üçüncü fəslin ikinci bəndində xətti kvadratik optimal idarəetmə məsələsinə diskret halda da baxılaraq həll alqoritmləri verilmişdir.

Bu fəslin ikinci yarım fəslində birinci yarım fəslində kəsilməz halda tapılan optimal trayektoriya və idarəediciyə uyğun optimal tənzimləyicinin qurulması məsələsinə baxılmışdır. Optimal tənzimləyicini qurarkən kiçik parametrdən asılı alınan

$$S(A_0 + A_1\varepsilon) + (A_0 + A_1\varepsilon)^T S - \varepsilon SBR^{-1}B'S + Q = 0 \quad (23)$$

matris cəbri Rikkati tənliyinin həlli $S \approx S_0 + \varepsilon S_1 + \dots$ sırası şəkildə axtarılaraq

$$S_0 A_0 + A_0' S_0 + Q = 0, \quad (24)$$

$$A_0' S_1 + S_1 A_0 + S_0 A_1 + A_1' S_0 - S_0 BR^{-1}B' S_0 = 0.$$

Lyapunov tənliklərinin həllərinə gətirilmişdir. Bu tənliklərin müsbət müəyyənliyini təmin etməkdən ötrü bu tənliklər üzərində müəyyən çevirmələr aparılmışdır. Sonda bu tənliklərin həllərini $S \approx S_0 + \varepsilon S_1 + \dots$

ifadəsində nəzərə alaraq optimal tənzimləyicinin qurulması üçün (23) Rikkati tənliyinin kiçik parametrdə asılı həllini tapmış oluruq. Beləliklə hesablamalar üzərində göstərilmişdir ki, düz xətlər metodunu tətbiq edərkən $N > 8$ olduğu halda məlum metodlar vasitəsi ilə hesablamalar aparıldıqda görürük ki, (23) Rikkati tənliyinin həlli olan S matrisinin məxsusi qiymətlərindən bəziləri sol yarımmüstəvidə yerləşir. Bu halda alınmış hesablamaların qrafik təsviri verilmişdir. Sonra göstərilmişdir ki, verilən üsul əsasında $N > 8$ olduqda hesablamalar zamanı cəbri Rikkati tənliyinin həlli müsbət müəyyəndir və həllin yığılmasının qrafik təsviri verilmişdir.

ƏSAS NƏTİCƏLƏR

- 1) Qaz-lift prosesində optimal sərhəd idarəetmə məsələsinin asimptotik üsulla kəsilməz halda həll algoritmi verilmişdir.
- 2) Qaz-lift prosesində periodik sərhəd şərtlə, optimal idarəetmə məsələsinin kəsilməz halda asimptotik üsulla həll algoritmi təklif olunmuşdur.
- 3) Diskret halda qaz-lift prosesi üçün periodik sərhəd şərtlə, optimal idarəetmə məsələlərinin asimptotik üsulla həll alqoritmləri verilmişdir.
- 4) Kəsilməz və diskret hallarda qaz-lift prosesində optimal rejimin tapılması üçün asimptotik üsulla həll alqoritmləri təklif olunmuş və proqram təminatı yaradılmışdır.
- 5) Kəsilməz halda bir praktiki məsələ üçün optimal tənzimləyicinin qurulması məsələsinin asimptotik üsulla həll alqoritmləri və proqram təminatı işlənmişdir.

Dissertasiya mövzusunə aid nəşr olunmuş əsərlərin siyahısı

- 1) Mütəllibov M.M., Əsgərov İ.M. Neft quyularının qaz-lift üsulu ilə istismarı zamanı optimal idarəetmə məsələsinin asimptotik həll metodu. / Akademik F.Q. Maqsudovun 80-illik yubleyinə həsr olunmuş “Spektral nəzəriyyə və onun tətbiqləri” adlı Beynəlxalq konfransın tezisləri., Bakı, 2010, s. 280-282
- 2) Алиев Ф.А., Муталлимов М.М., Аскеров И.М. Асимптотический метод решения задачи построения оптимальных режимов газлифтного процесса. // Доклады НАН Азербайджана, №1, 2010, с.26-33.
- 3) Муталлимов М.М., Аскеров И.М., Исмаилов Н.А., Использование асимптотического метода для создания оптимального регулятора в газлифтных скважинах // Известия Национальной Академии Наук Азербайджана, том XXXI, 2011, № 6, с. 14-19.
- 4) Aliev F.A., Mutallimov M.M., Askerov I.M., Ragimov I.S.. Asymptotic Method of Solution for a Problem of Construction of Optimal Gas-Lift Process Modes. // Hindawi Publishing Corporation Mathematical Problems in Engineering Volume 2010, Article ID 191053, 10 pages doi:10.1155/2010/191053.
- 5) Askerov I.M., Ismailov N.A. Asymptotic method for solution of the optimization problem with periodic boundary conditions and control in gaslift process. // TWMS J. Pure and Appl. Math., V.4., N2, 2013, pp. 237-241.
- 6) Askerov I.M., Ismailov N.A. An asymptotic method to the construction of the optimal regulator in gaslift wells./ The 4th Congress of the Turkic World Mathematical Society (TWMS) Baku, 2011, p.367
- 7) Mutallimov M.M., Askerov I.M., Ismailov N.A., Rajabov M.F. An Asymptotical Method to Construction a Digital Optimal Regime for the Gas-Lift Process. // Appl. Comput. Math., V.9, N.1, 2010, p. 77-84.

Həmmüəlliflərlə dərc olunmuş işlərdə iddiaçının şəxsi rolu:

[1], [6]-Alqoritmlər işlənmişdir.

[2], [3]- Alqoritm işlənmiş və proqram təminatı yaradılmışdır.

[4] -Alqoritm işlənmiş və proqram təminatı yaradılaraq konkret bir qaz-lift quyusunun verilən parametrləri əsasında hesablamalar aparılmışdır.

[5], [7]-ədədi alqoritmlər işlənmiş və konkret bir quyu üçün verilənlərə əsasən hesablamaların aparılması üçün proqram təminatı hazırlanmışdır.

Аскеров Идрак Мирзебаба оглы

Асимптотические методы решения задач оптимального управления в газлифтном процессе

РЕЗЮМЕ

Диссертация посвящена разработке асимптотических методов решения некоторых задач оптимального управления, возникающих в газ-лифтном процессе. Разработаны численные алгоритмы и соответствующие программные обеспечения для нахождения решения рассматриваемых задач на основе предложенных методов. Адекватность предложенных математических моделей и эффективность алгоритмов проиллюстрированы на конкретных практических примерах.

В диссертационной работе получены следующие новые результаты.

1. Предложен численный алгоритм решения задачи граничного оптимального управления газлифтным процессом асимптотическим методом в непрерывном случае.
2. Предложен численный алгоритм решения задачи оптимального управления с периодическими граничными условиями асимптотическим методом в непрерывном случае.
3. Предложен численный алгоритм решения асимптотическим методом задачи оптимального управления с периодическими граничными условиями газлифтного процесса в дискретном случае.
4. Предложен численный алгоритм и разработано программное обеспечение решения асимптотическим методом задачи нахождения оптимального режима в газлифтном процессе в непрерывном и дискретном случаях.
5. Предложен численный алгоритм и разработано программное обеспечение решения асимптотическим методом задачи построения оптимального регулятора на одном практическом примере в непрерывном случае.

Asymptotic methods for the solution of the optimal control problem in the gas-lift process

SUMMARY

The thesis is devoted to the development of the asymptotic methods for the solution of some optimal control problems in the gas-lift process. The algorithms and software are provided for the solution of the considered problems on the base of proposed methods. The identity of the offered mathematical models and efficiency of the methods are illustrated on the concrete practical example.

The following main results are obtained in the thesis:

1. An asymptotic solution algorithm is proposed in the continuous case for the solution of the boundary optimal control problem in the gas-lift process.
2. An asymptotic solution algorithm is given in the continuous case for the optimal control problem with periodic boundary condition.
3. An asymptotic solution algorithm is given in the discrete case for the optimal control problem with periodic boundary condition in the gas-lift process.
4. Asymptotic solution method and software is proposed for the defining of the optimal modes in the discrete and continuous cases.
5. Asymptotic solution method and software is developed for the defining of the optimal regulator in an applied example in the continuous case.

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
БАКИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ**

На правах рукописи

АСКЕРОВ ИДРАК МИРЗЕБАБА оглы

**АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ В ГАЗЛИФТНОМ
ПРОЦЕССЕ**

**3338.01 – Системный анализ, управление
и обработка информации**

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора философии по математике

БАКУ-2013