

**НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ**

На правах рукописи

ГЮНАЙ ГУСЕЙН КЫЗЫ САЛМАНОВА

**СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ
НЕСАМОСОПРЯЖЕННЫХ СИСТЕМ И ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ
ПУЧКОВ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ**

1202.01-Анализ и функциональный анализ

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
доктора философии по математике

Баку – 2013

AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

GÜNAY HÜSEYN QIZI SALMANOVA

HİLBERT FƏZASINDA ÖZ-ÖZÜNƏ QOŞMA OLMAYAN
İKİPARAMETRLİ SİSTEMLƏRİN VƏ POLİNOMİAL
DƏSTƏLƏRİN SPEKTRAL NƏZƏRİYYƏSİ

1202.01-Analiz və funksional analiz

riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı – 2013

Dissertasiya işi **Gəncə Dövlət Universitetinin** «Həndəsə və cəbr» kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru

Rəxşəndə M.Cabbarzadə

Rəsmi opponentlər:

akademik

Cəlal E.Allahverdiyev

(Azərbaycan MEA Kibernetika İnstitutu);

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dos. **Telman B.Qasımov**

(Bakı Dövlət Universiteti).

Aparıcı təşkilat:

Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti

«Ali riyaziyyat» kafedrası.

Dissertasiyanın müdafiəsi 24 may 2013-cü il saat 16⁰⁰-da Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində elmlər doktoru və fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün D 01.111 dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç. 9.

Avtoreferat göndərilib 15 aprel 2013-ci il.

AMEA RMI-nın D 01.111

Dissertasiya Şurasının

elmi katibi

dosent Tamilla Həsənova

Работа выполнена на кафедре «Геометрия и алгебра»
Гянджинского Государственного Университета.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук

Рахшанда М.Джаббарзаде

Официальные оппоненты:

академик

Джалал Э.Аллахвердиев

(Институт Кибернетики НАН Азербайджана);

кандидат физико-математических наук, доц. **Тельман Б.Касумов**
(Бакинский Государственный Университет).

Ведущая организация:

Азербайджанский Архитектурно-Строительный Университет
кафедра «Высшая математика».

Защита диссертации состоится 24 мая 2013 г. в 16⁰⁰ часов
на заседании диссертационного совета Д 01.111 по
присуждению ученой степени доктора наук и доктора
философии при Институте Математики и Механики
Национальной Академии Наук Азербайджана.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке
Института Математики и Механики Национальной Академии
Наук Азербайджана.

Адрес: AZ 1141, г.Баку, ул.Б.Вагабзаде, 9.

Автореферат разослан 15 апреля 2013 года.

Ученый секретарь

Диссертационного Совета
Д 01.111 ИММ НАНА

доцент Тамилла Гасанова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Многие задачи математической физики, уравнений в частных производных приводят к исследованию многопараметрических систем. Исследование многопараметрических систем, полученных в результате разделения переменных в рассматриваемых уравнениях, оказывается нередко единственно возможным вариантом решения заданной задачи.

К многопараметрическим системам, в частности, приводят задачи квантовой механики, расчёта ядерных реакторов, расчёта плотин методом арок консолей, задачи теории дифракции, теории вероятности (стохастические процессы диффузионного типа, броуновское движение), задачи теории многоэнергетических и изотропных процессов переноса, краевые задачи уравнений эллиптико-параболического типа, задачи Коши для ультрапараболических уравнений и т.д.

Фундаментальный вклад в многопараметрическую теорию внёс Аткинсон Ф.В., который, проанализировав разрозненные результаты, касающиеся самосопряженных многопараметрических дифференциальных систем уравнений, создал абстрактный метод исследования самосопряжённых многопараметрических систем.

Цель работы. Исследование спектральных свойств двухпараметрических несамосопряжённых систем, изучение возможности кратной полноты и кратного разложения по их собственным и присоединённым элементам.

Научная новизна. В диссертации получены следующие результаты:

- для полиномиального пучка в гильбертовом пространстве получен ряд теорем о кратной полноте системы его собственных и присоединённых векторов;
- изучены спектральные свойства двухпараметрических систем;
- доказаны теоремы о кратной полноте и кратном разложении по собственным и присоединённым векторам рассматриваемых двухпараметрических систем.

Общая методика исследования. В диссертации используются методы функционального анализа и теории функций, а также применяются методы и подходы исследования несамосопряжённых многопараметрических систем, разработанные Р.М.Джаббарзаде.

Вкратце новый подход заключается в следующем: многопараметрической системе ставится в соответствие некоторое уравнение в тензорном произведении пространств, в которых действуют отдельные уравнения системы. Устанавливается, что собственные и присоединенные вектора этого уравнения совпадают с собственными и присоединенными векторами рассматриваемой системы. При построении этого уравнения используется абстрактный аналог результата двух полиномиальных пучков. Следует также отметить, что новый подход позволяет изучать также многопараметрические системы, нелинейно зависящие от параметров.

Теоретическая и практическая ценность. Результаты, относящиеся к спектральной теории несамосопряжённых многопараметрических систем имеют большую практическую и теоретическую ценность. Они могут быть применены к решению многих уравнений в частных производных, к краевым задачам для дифференциальных уравнений эллиптико-параболического типа, задачам Коши для ультрапараболических уравнений.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на конференции, посвящённой 50-летию ИММ НАН Азербайджана, на 3-ем международном конгрессе математиков Тюркского мира (Алмата, 2009), на заседаниях кафедр «Математический анализ», «Геометрия и алгебра», «Общий анализ» и «Информатика» Гянджинского Государственного Университета, на семинарах отделов «Функциональный анализ», «Математический анализ» и «Негармонический анализ» Института Математики и Механики НАН Азербайджана.

Публикации. Полное содержание работы опубликовано в 8 работах автора, список которых приводится в конце автореферата.

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, двух глав и списка литературы содержащий 108 наименований. Объем диссертации 122 страницы.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

При изложении результатов будем придерживаться принятой в диссертации, двойной нумерации: первый номер указывает главу, второй-текущий. Определения приводятся в порядке надобности.

Во введении даётся краткий обзор исследований по многопараметрическим спектральным задачам, и излагаются основные результаты диссертации.

Дадим некоторые определения

1.1. Число $\lambda = \lambda_0$ называют собственным значением оператора $L(\lambda) = A_0 + \lambda A_1 + \dots + \lambda^n A_n$, а x_0 соответствующим собственным вектором, если $L(\lambda_0)x_0 = x_0$.

1.2. Векторы $x_1, \dots, x_k$ называются присоединёнными векторами к собственному вектору x_0 , соответствующему собственному значению λ_0 , если выполнены соотношения

$$x_i = L(\lambda_0)x_i + \frac{d}{d\lambda} L(\lambda_0)x_{i-1} + \dots + \frac{1}{i!} \frac{d^i}{d\lambda^i} L(\lambda_0)x_0 \quad i = 1, \dots, k$$

Число $k+1$ называется длиной цепочки $x_0, x_1, \dots, x_k$, которое может быть как конечным, так и бесконечным.

1.3. Пусть $A \in G_\infty$, тогда и $D = (A^* A)^{\frac{1}{2}} \in G_\infty$. Если при некотором s ряд $\sum_{j=1}^{\infty} |\lambda_j|^s$ (где λ_j являются собственными значениями оператора D) сходится, то $\inf s = r$ есть порядок оператора A .

Теорема 1.1. Пусть выполнены следующие условия:

- а) A_i вполне непрерывные операторы в гильбертовом пространстве H .
- б) B_i вполне непрерывные самосопряжённые операторы конечных порядков ρ_i ($i = 1, 2, \dots, k+1$), причем ρ_i не зависят друг от друга, $\text{Ker} B_{k+1} = \{\theta\}$.

Тогда система собственных и присоединённых (с.п.) векторов полиномиального пучка

$$L(\lambda) = A_0 + \lambda^{2^k} A_1 B_{k+1} + \lambda^{2^{k+1}} B_{k+1}^2 + \lambda B_1 + \lambda^2 B_2 + \dots + \lambda^{2^k} B_k$$

2^{k+1} – кратна в пространстве H .

Теорема 1.2. Пусть выполнены одни из двух следующих условий:

а) $0 < p < 2, \lim_{k \rightarrow \infty} k \mu_k^{-\frac{p}{2}} = 0$, операторы $A_i B^{-p} (i = 0, 1, 2, \dots, n-1)$ ограниченные

б) $0 < p < 1, \lim_{k \rightarrow \infty} k \mu_k^{-\frac{p}{2}} < \infty$, операторы $A_i B^{-p} (i = 0, 1, 2, \dots, n-1)$ вполне непрерывные. Тогда различные собственные значения оператора $L(\lambda)$ можно расположить в последовательность $\{\lambda_n\}_1^\infty$ таким образом, что для некоторой возрастающей последовательности натуральных чисел $\{n_j\}_1^\infty (n_0 = 0)$ и для любых n элементов пространства $f_0, f_1, \dots, f_{n-1}$ пространства H , удовлетворяющих условиям $f_j \in R_{B^j}$,

$$f_j = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\sum_{k=n_{i-1}}^{n_i-1} \sum_{s=0}^{m_{k_i}-1} \sum_{r=0}^{p_{s_k}-1} a_{sr}^{(k)} Z_{jsr}^{(k)} \right),$$

где p_{s_k} число различных собственных функций, отвечающих собственному значению λ_k оператора

$$L(\lambda) = A_0 + \lambda A_1 B + \lambda^2 A_2 B^2 + \dots + \lambda^{n-1} A_{n-1} B^{n-1} + B^n,$$

m_{kr} кратность собственной функции Z_{00r} ; далее,

$$Z_{jsr}^{(k)} = \left[\frac{d^j}{dt^j} e^{\lambda_k t} \left(Z_{0sr}^{(k)} + Z_{0,s-1,r}^{(k)} \frac{t}{1!} + \dots + Z_{00r}^{(k)} \frac{t^s}{s!} \right) \right]_{t=0}$$

и $\{Z_{0sk}^{(k)}\}$ - каноническая система, соответствующая собственному значению λ_k .

Теорема 1.3. Пусть собственные значения оператора B простые и выполнены одни из двух следующих условий:

а) характеристические числа μ_k вполне непрерывного нормального оператора B собственные значения оператора B простые, т.е. каждому его собственному значению отвечает один и только один собственный вектор, $\text{Ker} B = \{\theta\}$, удовлетворяют условиям, что

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\mu_k}{\Delta \mu_k} = 0, \text{ операторы } A_i \text{ для всех } i = 0, 1, \dots, n-1 \text{ ограниченные}$$

б) $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\mu_k}{\Delta \mu_k} < 0$, операторы A_i для всех $i = 0, 1, \dots, n-1$ вполне

непрерывные

Тогда система собственных векторов оператора (1.19) образует n кратный базис в пространстве H с конечным дефектом, то есть в подпространстве, дополнение которого до всего пространства H есть конечномерное подпространство в пространстве H .

Глава 2 посвящена исследованию спектральных свойств двух-параметрических систем.

Решение задачи Коши для операторно-дифференциального уравнения

$$\left[A_0 + \frac{d}{dt} A_1 + \frac{d^2}{dt^2} A_2 + \dots + \frac{d^n}{dt^n} A_n \right] \hat{x}(t) = 0 \quad (2.1)$$

с начальными условиями

$$\frac{d^k \hat{x}(t)}{dt^k} = \hat{x}_k, \quad k = 0, 1, \dots, n-1,$$

когда A_i линейные операторы действуют в тензорном произведении H сепарабельных гильбертовых пространств H_1 и H_2 ,

$H = H_1 \otimes H_2$, $\hat{x}_k \in H_1 \otimes H_2$, приводят к исследованию двухпараметрической системы типа

$$\begin{aligned} A(\lambda, \mu) &= A_0 + \lambda A_1 + \dots + \lambda^n A_n + \mu A_{n+1} \\ B(\lambda, \mu) &= B_0 + \lambda B_1 + \dots + \lambda^m B_m + \mu B_{m+1} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Приводим некоторые понятия и определения из спектральной теории многопараметрических систем, необходимые для понимания дальнейшего изложения.

2.1. $(\lambda, \mu) \in C^2$ есть собственное значение (2.2), если существуют ненулевые элементы $x \in H_1$, $y \in H_2$ такие, что выполнено $A(\lambda, \mu)x = 0$, $B(\lambda, \mu)y = 0$. Тогда разложимый тензор $x \otimes y$ называют собственным вектором (2.2) это определение введено для многопараметрических систем, линейных относительно параметров.

2.2. Оператор $A(\lambda, \mu) \otimes E_2$ (соотв. $E_1 \otimes B(\lambda, \mu)$), где E_1 (соотв. E_2) являются тождественными операторами в H_1 (соотв. в H_2) называют операторами, индуцированными в $H = H_1 \otimes H_2$ операторами $A(\lambda, \mu)$ (соответственно $B(\lambda, \mu)$)

Обозначим $A(\lambda, \mu) \otimes E_2 = A^+(\lambda, \mu)$, $E_1 \otimes B(\lambda, \mu) = B^+(\lambda, \mu)$

2.3. Тензор x_{m_1, m_2} называют (m_1, m_2) -ым присоединенным к собственному вектору $x_{0,0} = x \otimes y$, если выполнены следующие условия [2.3]

$$\begin{aligned} \sum_{0 \leq r_s \leq k_s} \frac{1}{r_1! r_2!} \frac{\partial^r A^+(\lambda_0, \mu_0)}{\partial \lambda^{r_1} \partial \mu^{r_2}} x_{k_1-r_1, k_2-r_2} &= 0 \\ \sum_{0 \leq r_s \leq k_s} \frac{1}{r_1! r_2!} \frac{\partial^r B^+(\lambda_0, \mu_0)}{\partial \lambda^{r_1} \partial \mu^{r_2}} x_{k_1-r_1, k_2-r_2} &= 0 \\ k_s &\leq m_s, \quad s = 1, 2, \end{aligned} \quad (2.3)$$

где (k_1, k_2) есть размещение из множества целых неотрицательных чисел по 2 с возможными повторениями и нулями.

2.4. В спектральной теории несамосопряженных многопараметрических систем важную роль играет понятие абстрактного аналога результата для двух полиномиальных пучков, зависящих от одного и того же параметра и действующих, вообще говоря, в различных гильбертовых пространствах.

Пусть

$$\begin{aligned} A(\lambda) &= A_0 + \lambda A_1 + \dots + \lambda^n A_n \\ B(\lambda) &= B_0 + \lambda B_1 + \dots + \lambda^m B_m \end{aligned} \quad (2.4)$$

операторы A_i (соответственно, B_i) ограничены и действуют, вообще говоря, в гильбертовом пространстве H_1 (соответственно, H_2). Пусть спектры пучков $A(\lambda)$ и $B(\lambda)$ состоят только из собственных значений.

Следующий результат Балинского и Хайнига в диссертации сформулирован с учетом условий дискретности спектров пучков $A(\lambda)$ и $B(\lambda)$. Для того чтобы пучки $A(\lambda)$ и $B(\lambda)$ имели общее

собственное значение необходимо и достаточно, чтобы $Ker A_n = \theta$ и ядро результата

$$R(A(\lambda), B(\lambda)) = \begin{pmatrix} A_0^+ & A_1^+ & \dots & A_n^+ & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_0^+ & A_1^+ & \dots & A_n^+ & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & A_0^+ & \dots & \dots & A_n^+ \\ B_0^+ & B_1^+ & \dots & B_m^+ & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B_0^+ & \dots & \dots & B_m^+ & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & B_0^+ & \dots & \dots & B_n^+ \end{pmatrix},$$

действующего в прямой сумме $n + m$ копий тензорного произведения пространств $H = H_1 \otimes H_2$ было ненулевым.

$((Ker R(A(\lambda), B(\lambda))) \neq \{\theta\})$.

В формуле результата строки с операторами A_i повторяются m раз, а строки с операторами B_i повторяются n раз, n -наивысшая степень параметра λ пучка $A(\lambda)$, m – наивысшая степень параметра λ пучка $B(\lambda)$.

Для двухпараметрической системы операторных уравнений

$$\begin{aligned} A(\lambda, \mu)x &= (A_0 + \lambda A_1 + \dots + \lambda^n A_n + \mu A_{n+1})x = 0 \\ B(\lambda, \mu)x &= (B_0 + \lambda B_1 + \dots + \lambda^m B_m + \mu B_{m+1})x = 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

когда A_i, B_i линейные операторы, действующие в гильбертовых пространствах H_1 и H_2 , соответственно. $E_1(E_2)$ есть тождественные операторы пространств $H_1(H_2)$, соответственно. Полагаем, что

$R(A_n) \subset R(A_{n+1}), R(B_{m+1}) \subset R(B_m)$, операторы

$A_{n+1}^{-1}A_i (i = 1, 2, \dots, n); B_m^{-1}B_i (i = 0, 1, 2, \dots, m-1, m+1)$ вполне

непрерывны, операторы $A_{n+1}^+A_n, B_m^{-1}B_{m+1}$ нормальные, $n > m$.

Обозначим через μ_k последовательность различных модулей

характеристических чисел оператора $\left(A_{n+1}^{-1}A_n \otimes B_m^{-1}B_{m+1}\right)^{\frac{1}{n-m}}$,
 расположенную по возрастанию операторы $\left(A_{n+1}^{-1}A_{m+k}\right)\left(A_{n+1}^{-1}A_n\right)^{\frac{-k-p}{n-m}}$
 ограниченные, $k = 1, \dots, n - m$.

Тогда в пространстве $H_1 \otimes H_2$ существует $n - m$ кратный
 базис из корневых подпространств (натянутых на собственные и
 присоединенные векторы) двухпараметрической системы

Теорема 2.1. Пусть выполнены одни из двух следующих
 условий:

а) $0 < p < 1, \lim_{k \rightarrow \infty} k\mu^{\frac{-p}{2}} < \infty$, операторы $\left(A_{n+1}^{-1}A_{m+k}\right)\left(A_{n+1}^{-1}A_n\right)^{\frac{-k-p}{n-m}}$ вполне
 непрерывны

в) $0 < p < 2, \lim_{k \rightarrow \infty} k\mu^{\frac{-p}{2}} = 0$, операторы $\left(A_{n+1}^{-1}A_{m+k}\right)\left(A_{n+1}^{-1}A_n\right)^{\frac{-k-p}{n-m}}$
 ограниченные, $k = 1, \dots, n - m$.

Тогда в пространстве $H_1 \otimes H_2$ существует $n - m$ кратный
 базис из корневых подпространств (натянутых на собственные и
 присоединенные векторы) двухпараметрической системы (2.2).,

Теорема 2.2. Пусть $n > m$ и выполнены следующие условия:

а) операторы A_i действуют в сепарабельном гильбертовом
 пространстве H_1 , $A_i \in G_\infty, A_n = A_n^*, (i = 0, 1, \dots, n), A_i A_n^{\frac{-i}{n}} \in G_\infty$,
 $\text{Ker} A_n = \{\theta\}$.

б) операторы B_i действуют в конечномерном евклидовом
 пространстве H_2 , $\text{Ker} B_{m+1} = \{\theta\}$.

Тогда система собственных и присоединенных (с.п.) векторов
 системы (2.2) образуют n -кратно полную систему в пространстве
 $H_1 \otimes H_2$.

Теорема 2.3. Пусть $a_{i,k,s}$ вещественные числа, оператор Δ_0
 удовлетворяет условиям $(\Delta_0 x, x) \geq \delta(x, x), \delta > 0$,

$\text{Ker} \Gamma_{k_1+k_2+\dots+k_{r-1}+1} = \theta$, $r = 1, 2, \dots, n-1$, тогда для всех решений $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ системы

$$\{a_{0,i} + \sum_{k=1}^{k_{1,i}} a_{1,k,i} x_1^k + \sum_{k=1}^{k_{2,i}} a_{2,k,i} x_2^k + \dots + \sum_{k=1}^{k_{n,i}} a_{n,k,i} x_n^k = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

все компоненты x_i вещественные числа.

Теорема 2.4. Пусть оператор Δ_0^{-1} существует и ограничен в тензорном произведении пространств H , операторы A_{ik} ограничены в соответствующих пространствах. Тогда операторы $\Gamma_i = \Delta_0^{-1} \Delta_i$ разделяют спектр двухпараметрической системы

$$A_i(\lambda, \mu)x_i = (A_{oi} + \lambda A_{1i} + \dots + \lambda^n A_{ni} + \lambda \mu C_i + \mu A_{n+1,i} + \dots + \mu^m A_{n+m,i})x_i = 0, \quad i = 1, 2 \quad (2.6)$$

для любого собственного значения $(\lambda, \mu) \in C^2$ системы существует ненулевой разложимый тензор x пространства

$H^\circ = H_1 \otimes H_2 \otimes R^2 \otimes \dots \otimes R^2$ (R^2 повторяется множителем $n+m-1$ раз) такой, что имеют место одновременно равенства $\Gamma_i x = \lambda^i x$,

$i = 1, 2, \dots, n$; $\Gamma_{n+1} x = \lambda \mu x$, $\Gamma_{n+k} x = \mu^{n+k-1} x$, $k = 2, 3, \dots, m+1$.

Имеет место и обратное: если для некоторого разложимого тензора $x \in H^*$ екоторой пары комплексных чисел $(\lambda, \mu) \in C^2$ выполнены равенства

$$\Gamma_i x = \lambda^i x, (i = 1, 2, \dots, n); \Gamma_{n+1} x = \lambda \mu x; \Gamma_{n+s} x = \mu^{s-1} x, (s = 2, 3, \dots, m+1);$$

то x есть собственный вектор системы (2.6), а (λ, μ) соответствующее ему собственное значение (2.6).

Теорема 2.5. Пусть в (2.6) операторы A_{ik} ограничены в пространстве H_k , оператор Δ_0 существует и ограничен в тензорном произведении пространств $H = H_1 \otimes H_2 \otimes R^2 \otimes R^2 \otimes \dots \otimes R^2$ (R^2 повторяется множителем $n+m-1$ раз). Тогда система собственных и присоединенных векторов (2.6) совпадает с системой собственных и присоединенных векторов каждого из операторов Γ_i ($1 \leq i \leq n+m+1$).

Теорема 2.6. Пусть двухпараметрическая система (2.6) удовлетворяет следующим условиям: операторы $A_{i,k}$ действуют в конечномерных пространствах $H_i (i=1,2)$, $\overline{Ker \Delta_0} = \{\theta\}$ (оператор $\overline{\Delta_0}$ задаётся с помощью определённых в диссертации формул). Тогда система

$$A_i(\lambda, \mu)x_i = (A_{oi} + \lambda A_{1i} + \dots + \lambda^n A_{ni} + \lambda \mu C_i + \mu A_{n+1,i} + \dots + \mu^m A_{n+m,i})x_i = 0, \quad i=1,2$$

имеет хотя бы одно собственное значение.

Теорема 2.7 есть приложение результатов предыдущих теорем к исследованию нелинейной системы алгебраических уравнений

$$a_{0,i} + a_{1,i}x + a_{2,i}x^2 + \dots + a_{n,i}x^n + a_{n+1,i}y + a_{n+2,i}y^2 + \dots + a_{n+m,i}y^m + a_{n+m+1,i}xy = 0, \quad i=1,2$$

Теорема 2.8. Пусть выполнены следующие условия:

а) операторы $A_{k,i}, A_{k_1,k_2,\dots,k_n;i}$ в пространстве H_i ограниченные при всех значениях i и k .

б) оператор Δ_0^{-1} существует и ограничен. Тогда система с.п. векторов нелинейной несамосопряжённой многопараметрической системы

$$A_{i,j,s}(\lambda)x_s = (A_{0,s} + \sum_{r=1}^{k_{1,s}} \lambda_1^r A_{1,r,s} + \dots + \sum_{r=1}^{k_{n,s}} \lambda_n^r A_{n,r,s} + \sum \lambda_1^{i_1} \lambda_2^{i_2} \dots \lambda_n^{i_n} A_{i_1,\dots,i_n,s})x_s = 0, \quad s=1,2,\dots,n$$

совпадает с с.п. векторами каждого из операторов $\Gamma_i (i=1,2,\dots,n)$.

В заключение считаю своим приятным долгом поблагодарить своего научного руководителя д.ф.м.н. Р.М. Джаббарзаде за постоянное внимание к работе.

**Основные результаты диссертации опубликованы в
следующих работах:**

1. Г.Г.Салманова. Спектральные вопросы полиномиальных операторных пучков.// Bakı Universitetinin Xəbərləri. Физика-рийазийят елмляри сериясы // 2009, № 4, сящ. 59-64.
2. Г.Г.Салманова. Spectral theory of two-parameter system.// Abstracts of the third congress of the world mathematical society of Turkic countries, Almaty, June 30 – July 4, 2009, v.1, p. 130.
3. Г.Г.Салманова. О спектральные вопросы полиномиальных операторных пучков. // AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 50 illiyinə şəsr olunmuş riyaziyyat və mexanika cəzrə bəyənialxalq konfransын tezisləri // Бақы, 2009, с. 270-271.
4. G.H.Salmanova, Dzhabarzadeh R.M. About solutions of algebraic systems. // AMEA Piyaziyyat və Mexanika İnstitutunun Əsərləri.// 2010, ыилд XXXIII (XLI), сящ.43-48.
5. Г.Г.Салманова, Р.М.Джаббарзаде. К спектральной теории полиномиальных пучков и двухпараметрическая задача.//ТГУ. Сборник научных трудов// Телави, 2010, № 1, с. 34-47.
6. Г.Г.Салманова. К спектральной теории несамосопряженных двухпараметрических систем. // Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının Məruzələri, ыилд LXXVI, 2010, № 4, сящ. 9-17.
7. G.H.Salmanova. Two-parametr system, nonlinearly depending on parameters.//AMEA Piyaziyyat və Mexanika İnstitutunun Əsərləri// 2011, ыилд XXXIV (XLII), сящ.99-104.
8. G.H.Salmanova, R.M.Dzhabarzadeh. Multiparameter system of operators not linearly depending on parameters. American Journal of Mathematics and Mathematical Sciences. 2012, v.1, № 2 , p.39-45.

GÜNAY İÇÜSEYN ГЫЗЫ SALMANOVA

**HILBERT FƏZASINDA ÖZ-ÖZÜNƏ QOŞMA OLMAYAN
İKİPARAMETRİLİ SİSTEMLƏRİN VƏ POLİNOMIAL
DƏSTƏLƏRİN SPEKTRAL NƏZƏRİYYƏSİ**

X Ü L A S Ə

Dissertasiya Hilbert fəzalarında təyin olunmuş öz-özünə qoşma olmayan və parametrlərdən qeyri-xətti asılı olan polinomial dəstələrin və ikiparametrli sistemlərin spektral nəzəriyyəsinə həsr olunmuşdur. Müxtəlif ikiparametrli sistemlərin məxsusi və qoşulmuş elementlərinin çox qat tamlığı və çox qat bazisliyi məsələlərinə baxılmışdır.

Dissertasiya işində aşağıdakı nəticələr alınmışdır:

-polinomial operator dəstəsinin məxsusi və qoşma elementlərinin Hilbert fəzasında çoxqat tamlığı isbat olunub.

-müəyyən şərtləri ödəyən və öz-özünə qoşma olmayan ikiparametrli sistemlərin məxsusi və qoşma elementlərinin tenzor fəzaların hasilində çoxqat tamlığı isbat olunub.

-parametrdən qeyri-xətti asılı olan ikiparametrli sistemlərlərin spektral xassələri haqqında teoremlər isbat olunub.

-dissertasiyada isbat olunan nəticənin xüsusi törəməli diferensial tənliyinə tətbiqi göstərilib.

-mürəkkəb cəbri tənliklərin həllərinin həqiqi olması haqqında teorem isbat olunub.

GUNAY HUSEIN gizi SALMANOVA

**SPECTRAL THEORY OF TWOPARAMETER SYSTEM
AND POLYNOMIAL BUNDLES**

SUMMARY

Dissertation is devoted to the spectral theory of nonselfadjoint polynomial bundles and nonselfadjoint twoparameter system.

The next rezults are obtained:

-It is proved fold completeness of eigen and associated vectors of polinomial bundles in Hilbert space.

-It is proved fold completeness of eigen and associated vectors of twoparameter system, when the system satisfies to some conditions.

-It is investigated spectral properties of twoparameter system polinomially depending on parameter.

-The theorem about roots of algebraic system is obtained.

-Obtained in the dissertation rezult is applied to the differential partial equation.