

**НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА
ИНСТИТУТ КИБЕРНЕТИКИ ИМ. АКАД. А.И.ГУСЕЙНОВА**

На правах рукописи

РАХИЛЯ ИДАЯТ кызы САДЫКОВА

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ И АЛГОРИТМОВ ДЛЯ
ОПРЕДЕЛЕНИЯ
ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СКАЧКООБРАЗНЫХ
ПОЛУМАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ**

1203. 01 – Компьютерные науки

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени доктора
философии по математике

Баку – 2013

Работа выполнена в Институте Кибернетики им. А.И.Гусейнова
Национальной Академии Наук Азербайджана

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук,
профессор

Т.И.НАСИРОВА

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,
профессор

Г.Ю.МЕХТИЕВА

кандидат физико-математических наук

Т.А.АЛИЕВА

Ведущая организация: Институт Математики и Механики НАН
Азербайджана

Защита диссертации состоится «19» апреля 2013 г. в 13⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета Д01.121 при Институте Кибернетики им. А.Н.Гусейнова Национальной Академии Наук Азербайджана по адресу: ул. Б.Вахабзаде, 9, AZ1141, г.Баку, Азербайджан.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института Кибернетики НАН Азербайджана

Автореферат разослан «19» марта 2013 года

Ученый секретарь
диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук

А. Б. ПАШАЕВ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Развитие науки и техники выдвинуло на первый план ряд практически важных задач, что и приводит к необходимости созданию математической модели и исследованию их. Поэтому возникает вопрос: возможно ли создать такую модель, с помощью которой возможно было исследовать ряд практических задач? Да, можно, так как математические модели задач теории управления запасами, теории массового обслуживания, теории надежности выглядят одинаково и охватывают широкий круг применений.

Задачи теории управления запасами, ясно, что связаны решением проблем в области экономики.

Главной задачей теории управления запасами является то, сколько заказывать и когда заказывать, чтобы функция затраты была минимальна. Чтобы минимизировать функцию затрат, необходимо знать распределение уровня запаса, распределение числа спросов и поставок.

Предлагаемая диссертационная работа посвящена изучению некоторой полумарковской модели управления запасами.

Созданные модели исследующие эти процессы охватывают большой круг практических задач. Задачи теории надежности, теории управления запасами и теории массового обслуживания описываются полумарковскими моделями.

Цель работы. Целью данной диссертационной работы является построение некоторой полумарковской модели скачкообразного процесса и разработка алгоритмов для определения вероятностных характеристик этого процесса. Для достижения поставленной цели необходима выборка подходящего оптимального математического вычислительного аппарата. Для исследования и создания требуемой модели, следует изучать некоторые функционалы от процессов, связанных с ними. Нахождение важных вероятностных характеристик процесса представляет собой практическое и теоретическое значение для исследуемого процесса.

В данной диссертационной работе исследуются скачкообразные процессы полумарковского блуждания со случайными скачками, со случайными запаздываниями и с двумя задерживающими экранами в нуле и в $a(a > 0)$. Целью диссертационной

работы является нахождение явного вида производящей функции распределения числа шагов, при котором система впервые опустошается, производящей функции распределения числа шагов, при котором система впервые заполняется, преобразования Лапласа по времени и преобразования Лапласа-Стилтьеса по фазе скачкообразного процесса полумарковского блуждания с двумя задерживающими экранами в нуле и $a(a > 0)$, преобразования Лапласа распределения длительности времени пребывания системы (процесса) в полосе.

Целью данной диссертационной работы также является разработка алгоритмов для определения вероятностных характеристик этого процесса.

Методы исследования. Методика проведения исследований базируется на аппаратах теории вероятностей, теории случайных процессов и преобразования Лапласа, теории интегральных уравнений, дифференциальных уравнений, теории линейных алгебраических уравнений, теории нелинейных уравнений, вычислительной математики и моделирования на ЭВМ.

Научная новизна. Соискателем получены следующие наиболее существенные результаты, отличающиеся новизной и выносимые на защиту:

- построены сложные полумарковские модели управления запасами для процессов ограниченных снизу минимальным нулевым уровнем, а сверху максимальным уровнем $a(a > 0)$;
- составлены интегральные уравнения для условных производящих функций распределений числа спросов и поставок, при котором уровень запаса достигается до нуля и до уровня $a(a > 0)$;
- решены интегральные уравнения в классе лапласовых распределений;
- доказана теорема об удовлетворении интегральному уравнению преобразования Лапласа по времени, преобразования Лапласа-Стилтьеса по фазе распределения скачкообразного процесса полумарковского блуждания с задерживающими экранами в нуле и $a(a > 0)$;
- найдены явный вид преобразования Лапласа по времени и преобразования Лапласа - Стилтьеса по фазе условного распределения и безусловного распределения соответственно, процесса

полумарковского блуждания с двумя задерживающими экранами в 0 и в $a(a > 0)$;

- найдено преобразование Лапласа распределения времени пребывания системы в полосе;
- разработаны алгоритмы для определения зависимости между вероятностными характеристиками и параметрами распределений;
- разработаны программные средства для определения этой зависимости и проведены эксперименты.

Практическая ценность. С помощью полученных результатов рассматриваемых моделей можно исследовать модели, связанные со случайными блужданиями, и применить их к некоторым задачам управления запасами, массового обслуживания, надежности, теории страхования и др.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались на:

1. I Республиканской научной конференции «Современные проблемы информатизации, кибернетики и информационных технологий» (Баку, 2003),
2. II Республиканской научной конференции «Современные проблемы информатизации, кибернетики и информационных технологий» (Баку, 2004),
3. международной конференции «Проблемы кибернетики и информатики» (Баку, 2006),
4. международной конференции “Modern stochastics: theory and applications” dedicated to the 60th anniversary of the Department of Probability Theory and Mathematical Statistics and to the memory of Professor M. Y. Yadrenko (Киев, 2006),
5. международной конференции “Skorokhod space. 50 years on” (Киев, 2007),
6. научной конференции, посвященная 100 летнему юбилею заслуженного деятеля науки Ашрафа Гусейнова (Баку, 2007),
7. IX международном конгрессе «Энергия, Экология, Экономика» (Баку, 2007),
8. X международном конгрессе «Энергия, Экология, Экономика» (Баку, 2009).
9. международной конференции «Проблемы кибернетики и информатики» (Баку, 2012).

Публикации. По результатам диссертационной работы опубликованы 14 научных работ, список которых приводится в конце автореферата.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 93 наименований и приложения. Основной текст изложен на 108 страницах машинописного текста, включая 9 рисунков и 17 таблиц.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы, приведен обзор работ, связанных с тематикой исследования, кратко изложены ее основные результаты, даны сведения об апробации работы.

Прежде чем сформулировать основные результаты диссертации, введем следующие обозначения:

$X_2(t) = X_1(t) - \inf_{0 \leq s \leq t} (0, X_1(s))$ - скачкообразный ступенчатый процесс с задерживающим экраном в нуле,

$X(t) = X_2(t) - \sup_{0 \leq s \leq t} (0, X_2(s) - a)$ - скачкообразный ступенчатый процесс с задерживающим экраном в $a(a > 0)$,

$${}_0\psi(u) = Eu^{v_1^0(\omega)}, \quad 0 < u \leq 1,$$

$${}_0\psi(u, z) = E(u^{v_1^0(\omega)} | X(0, \omega) = z),$$

$${}_a\psi(u) = Eu^{v_1^a(\omega)}, \quad 0 < u \leq 1,$$

$${}_a\psi(u, z) = E(u^{v_1^a(\omega)} | X(0, \omega) = z),$$

$$\psi(u) = \int_0^a \psi(u, z) dP\{X(0) < z\}, \quad z > 0,$$

$$\varphi_{\varepsilon_1}(\theta) = Ee^{-\theta \varepsilon_1}, \quad \theta > 0,$$

$R(t, x | z) = P\{X(t) < x | X(0) = z\}$ - условное распределение процесса

$$\tilde{R}(\theta, x | z) = \int_0^\infty e^{-\theta t} R(t, x | z) dt, \quad \theta > 0,$$

$$\tilde{\tilde{R}}(\theta, \alpha | z) = \int_{x=0}^\infty e^{-\alpha x} d_x \tilde{R}(\theta, x | z), \quad \alpha > 0, \quad \tilde{\tilde{R}}(\theta, \alpha) = \int_0^\infty \tilde{\tilde{R}}(\theta, \alpha | z) dP\{X(0) < z\},$$

$\tilde{R}(\alpha)$ - преобразование Лапласа эргодического распределения процесса

$$K(t|z) = P\left\{\inf_{0 \leq s \leq t} X(s) \geq 0; \sup_{0 \leq s \leq t} X(s) \leq a \mid X(0) = z\right\} -$$

$$\bar{K}(\theta | z) = \int_0^{\infty} e^{-\theta t} K(t|z) dt, \theta > 0,$$

$$\int_{t=0}^{\infty} P\{\tau > t | X(0) = z\} dt = N(\tau|z),$$

Глава I посвящена построению и исследованию одной полумарковской модели управления запасами.

В 1.1 данной главы описывается модель системы скачкообразного полумарковского блуждания.

Модель будет описывать уровень запаса на складе с бесконечным объемом. Допустим в начальный момент уровень запаса $z(z > 0)$. До момента ξ_1 объем товара остается в размере $z(z > 0)$. В момент ξ_1 на склад либо поступает товар в размере η_1 , либо происходит спрос товара в размере η_1 . Затем поставка и спрос товара останавливается на случайное время длительностью ξ_2 , которое не зависит от η_1 . В момент $\xi_1 + \xi_2$ независимо от случайных величин ξ_1 и η_1 может произойти или спрос, или поставка товара объемом η_2 , и т. д. Таким образом, мы наблюдаем за изменением уровня запаса на складе, что и можно называть скачкообразным случайным процессом полумарковского блуждания, который с помощью последовательностей независимых случайных величин $\{\xi_k, \eta_k\}, k = \overline{1, \infty}$ выражается по формуле

$$X_1(t) = \sum_{k=0}^{m-1} \eta_k, \text{ если } \sum_{k=0}^{m-1} \xi_k \leq t < \sum_{k=0}^m \xi_k, \quad m = \overline{1, \infty}$$

где $\eta_0 = z(z \geq 0)$, $\xi_0 = 0$. Случайные величины $\{\xi_k\}_{k=\overline{1, \infty}}$, $\{\eta_k\}_{k=\overline{1, \infty}}$ также независимы между собой.

Затем строится полумарковская модель, описывающая уровень запаса на складе, ограниченного снизу и сверху. Т.е. процесс $X(t)$ задерживается экраном в "0" и "a" ($a > 0$). Ранее исследованием процессов полумарковского блуждания занимались И.И.Гихман, А.В.Скорород, Т.И.Насирова, В.С.Королук, А.А.Боровков, Г.Н.Ахмедова, К.М.Джафаров, Т.А.Ханиев, Р.Т.Алиев, Т.А.Алиева, Э.А.Ибаев, К.К.Омарова. В данной диссертационной работе построили скачкообразную полумарковскую модель с двумя

задерживающими экранами. Одну из реализаций процесса $X(t)$ с такими условиями графически изображать можно в следующем виде:

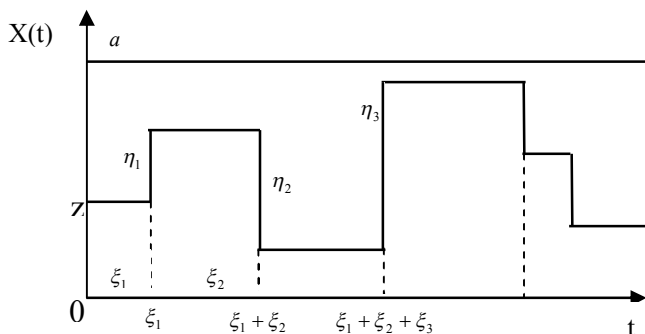


Рис.1

В 1.2 написано выражение для случайной величины $v_1^0(\omega)$ - число шагов процесса, при котором уровень запаса склада впервые доходит до нуля или же скажем, опустошается.

$$v_1^0(\omega) = \min\{k \geq 1 : X(t, \omega) = 0\}$$

В настоящей работе для нахождения вероятностных характеристик процесса $X(t)$, исследована производящая функция числа шагов $v_1^0(\omega)$. Доказана следующая теорема.

Теорема 1.1. Условная производящая функция распределения случайной величины $v_1^0(\omega)$ удовлетворяет следующему интегральному уравнению

$$\begin{aligned} {}_0\psi(u, z) = & uP\{\eta_1 < -z\} + u {}_0\psi(u, a)P\{\eta_1 > a - z\} + \\ & + u \int_{y=0}^a {}_0\psi(u, y)p_{\eta_1}(y - z)dy \end{aligned} \quad (1)$$

Составлен общий вид интегрального уравнения

$${}_0\psi(u, z) = uP\{v_1^0 = 1/z\} + u \int_{y=0}^a {}_0\psi(u, y)P\{z + \eta_1 > 0; \min(a, z + \eta_1) \in dy\}$$

для производящей функции распределения случайной величины $\nu_1^0(\omega)$.

В 1.3 уравнение (1) решалась в классе Лапласового распределения для частного случая

$$\eta_1 = \eta_1^+ - \eta_1^-.$$

η_1^+ и η_1^- имеют эрланговское распределения с параметрами λ и μ соответственно.

$$P\{\eta_1^+ < x\} = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1 - e^{-\lambda x}, & x > 0, \lambda > 0. \end{cases} \quad P\{\eta_1^- < x\} = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1 - e^{-\mu x}, & x > 0, \mu > 0. \end{cases}$$

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t > 0. \end{cases}$$

Найдено выражение для производящей функции распределения случайной величины $\nu_1^0(\omega)$ и получена точная формула. С помощью этой формулы найдены математическое ожидание и дисперсия случайной величины $\nu_1^0(\omega)$.

$$E\nu_1^0(\omega) = \frac{\lambda + \mu}{\lambda - \mu} - \frac{(\lambda + \mu)\mu}{\lambda(\lambda - \mu)} e^{-(\lambda - \mu)a}, \quad \lambda > \mu.$$

$$D\nu_1^0(\omega) = -\frac{4\mu^2(\lambda + \mu)}{(\lambda - \mu)^2} a e^{-(\lambda - \mu)a} - \frac{\mu^2(\lambda + \mu)(\lambda^2 + \mu^2)}{\lambda^2(\lambda - \mu)^3} e^{-2(\lambda - \mu)a} - \\ - \frac{\mu(\lambda + 3\mu)(\lambda + \mu)}{\lambda(\lambda - \mu)^2} e^{-(\lambda - \mu)a} + \frac{2\lambda\mu(\lambda + \mu)}{(\lambda - \mu)^3}, \quad \lambda > \mu.$$

В 1.4 уравнение (1) производящей функции распределения случайной величины $\nu_1^0(\omega)$ решается в классе Лапласового распределения, для частного случая

$$\eta_1 = \eta_1^+ + \eta_2^+ - \eta_1^- ,$$

где η_1^+ , η_2^+ , η_1^- имеют эрланговское распределения типа $(2^+, 1^-)$ с параметрами λ и μ соответственно.

$$F_{\eta_1}(x) = P\{\eta_1 < t\} = \begin{cases} \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2} e^{\mu t}, & t < 0, \lambda > 0, \mu > 0, \\ 1 - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \left[1 + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} + \lambda t \right] e^{-\lambda t}, & t > 0, \lambda > 0, \mu > 0. \end{cases}$$

$$P_{\eta_1}(t) = \begin{cases} \frac{\lambda^2 \mu}{(\lambda + \mu)^2} e^{\mu t}, & t < 0, \lambda > 0, \mu > 0, \\ \frac{\lambda^2 \mu}{\lambda + \mu} \left[\frac{\lambda}{\lambda + \mu} + t \right] e^{-\lambda t}, & t > 0, \lambda > 0, \mu > 0. \end{cases}$$

Для этого случая найдено выражение производящей функции распределения случайной величины $v_1^0(\omega)$. Затем найдены математическое ожидание и дисперсия для случайной величины $v_1^0(\omega)$.

$$E v_1^0(\omega) = \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda - 2\mu} + \left[-\frac{\mu^3(\lambda + \mu - b)^2}{\lambda^2(\lambda - 2\mu)^2 b} + \frac{\lambda\mu(\lambda + \mu - b)(2\lambda - \mu - b)}{\lambda^2(\lambda - 2\mu)^2(2\lambda + \mu - b)b} \right] e^{-\frac{2\lambda - \mu + b}{2}a} - \\ + \left[\frac{\mu^3(\lambda + \mu + b)^2}{\lambda^2(\lambda - 2\mu)^2 b} - \frac{\lambda\mu(\lambda + \mu + b)(2\lambda - \mu + b)}{\lambda^2(\lambda - 2\mu)^2(2\lambda + \mu + b)b} \right] e^{-\frac{2\lambda - \mu - b}{2}a}. \quad \lambda > 2\mu.$$

Дисперсия распределения случайной величины находится по формуле

$$D v_1^0 = {}_0 \psi''(1) + {}_0 \psi'(1) - [{}_0 \psi'(1)]^2.$$

Как уже сказано, рассматриваемый склад сверху ограничивается экраном "a" ($a > 0$). Это служит для возникновения новых проблем. Одна из них находить число спросов и поставок товара, при котором склад пополняется до верхнего уровня. Раздел 1.5 посвящается решению этой задачи.

В 1.5 написано выражение для случайной величины $v_1^a(\omega)$ - число спросов и поставок товара, при котором уровень запаса склада впервые доходит до максимума, или же скажем, до верхнего экрана - "a" ($a > 0$).

$$v_1^a(\omega) = \min \{k \geq 1 : X(t, \omega) = a\} \geq$$

В настоящей работе для нахождения вероятностных характеристик процесса $X(t)$, исследована производящая функция распределения числа шагов $v_1^a(\omega)$.

Теорема 1.2. Условная производящая функция распределения случайной величины $v_1^a(\omega)$ удовлетворяет следующему интегральному уравнению

$${}_a \psi(u, z) = u P\{\eta_1 > a - z\} + u \int_{y=0}^a {}_a \psi(u, y) dP\{\eta_1 < y - z\} + \\ + u \int_{y=0}^a {}_a \psi(u, y) [P\{\eta_1 < y - z\} - P\{\eta_1 < a - z\}] \quad (2)$$

Составлен общий вид интегрального уравнения для производящей функции распределения случайной величины $v_1^a(\omega)$.

$${}_a\psi(u, z) = uP\{z + \eta_1 > a\} + u \int_{y=0}^a \psi(u, y)P\{z + \eta_1 < a; \max(0, z + \eta_1) \in dy\}$$

Уравнение (2) решалась в классе Лапласового распределения для частного случая $\eta_1 = \eta_1^+ - \eta_1^-$.

η_1^+ и η_1^- имеют эрланговское распределения с параметрами λ и μ соответственно.

Найдено выражение для производящей функции случайной величин $v_1^a(\omega)$ и получена точная формула. С помощью этой формулы найдены математическое ожидание и дисперсия случайной величины $v_1^a(\omega)$.

$$EV_1^a = -\frac{\lambda\mu}{\lambda-\mu}a + \frac{\lambda^2}{\mu(\lambda-\mu)}e^{-\mu a} - \frac{\mu}{\lambda-\mu}e^{-\lambda a} + \\ + \frac{\lambda^3}{\mu(\lambda-\mu)^2}e^{(\lambda-\mu)a} - \frac{\lambda^3}{\mu((\lambda-\mu)^2)}, \quad \lambda < \mu.$$

$$DV_1^a = -\frac{\lambda\mu(\lambda^2 + \mu^2)}{(\lambda-\mu)^3}a - \frac{2\lambda^3}{(\lambda-\mu)^2}ae^{-\mu a} - \frac{2\lambda\mu^2}{(\lambda-\mu)^2}ae^{-\lambda a} - \frac{4\lambda^4}{(\lambda-\mu)^3}ae^{(\lambda-\mu)a} - \\ + \frac{\lambda^3(3\lambda^2\mu - 2\lambda\mu^2 - \lambda^3 - 5\mu^3)}{\mu^2(\lambda-\mu)^4} + \frac{\lambda^2(2\lambda^3 - 3\lambda^2\mu + 5\mu^3)}{\mu^2(\lambda-\mu)^3}e^{-\mu a} + \\ + \frac{2\lambda^3 + \lambda^2\mu - 4\lambda\mu^2 + \mu^3}{(\lambda-\mu)^3}e^{-\lambda a} - \frac{\lambda^3(3\lambda^2 - 2\lambda\mu - 5\mu^2)}{\mu(\lambda-\mu)^4}e^{(\lambda-\mu)a} - \frac{\lambda^4}{\mu^2(\lambda-\mu)^2}e^{-2\mu a} - \\ - \frac{\mu^2}{(\lambda-\mu)^2}e^{-2\lambda a} + \frac{\lambda^6}{\mu^2(\lambda-\mu)^4}e^{2(\lambda-\mu)a} - \frac{2\lambda^2\mu}{\mu(\lambda-\mu)^2}e^{-(\lambda+\mu)a}, \quad \lambda < \mu.$$

В 1.6 уравнение (2) решалась для частного случая $(2^+, 1^-)$.

$$\eta_1 = \eta_1^+ + \eta_2^+ - \eta_1^-.$$

Найдено математическое ожидание случайной величины $v_1^a(\omega)$.

$$S = [2\lambda + \mu - \sqrt{4\lambda\mu + \mu^2}]^2 e^{\frac{2\lambda-3\mu-\sqrt{4\lambda\mu+\mu^2}}{2}a} - [2\lambda + \mu + \sqrt{4\lambda\mu + \mu^2}]^2 e^{\frac{2\lambda-3\mu+\sqrt{4\lambda\mu+\mu^2}}{2}a}.$$

$$\begin{aligned}
Ev_1^q = & -\frac{\lambda\mu}{\lambda-2\mu}a - \frac{\lambda\mu}{\lambda-2\mu}ae^{-\lambda a} - \frac{2\mu}{\lambda-2\mu}e^{-\lambda a} + \\
& + \frac{1}{S} \times \left\{ \frac{4\lambda^4 b}{\mu(\lambda-2\mu)^2} e^{-2(\lambda+\mu)a} - \frac{16\lambda^4 b}{\mu(\lambda-2\mu)} e^{(\lambda-2\mu)a} - \frac{4\lambda^3 b}{\mu(\lambda-2\mu)} e^{(\lambda-2\mu)a} + \right. \\
& + \frac{2\lambda\mu(3\lambda^2\mu-5\lambda\mu^2-2\mu^3+(\lambda^2-\lambda\mu-2\mu^2)b)}{(\lambda-2\mu)^2} ae^{-\frac{3\mu-b}{2}a} - \\
& - \frac{2\lambda\mu(3\lambda^2\mu-5\lambda\mu^2-2\mu^3-(\lambda^2-\lambda\mu-2\mu^2)b)}{(\lambda-2\mu)^2} ae^{-\frac{3\mu+b}{2}a} - \\
& - \frac{2\lambda\mu(2\lambda+\mu+b)}{\lambda-2\mu} e^{-\frac{3\mu-b}{2}a} + \frac{2\lambda\mu(2\lambda+\mu-b)}{\lambda-2\mu} e^{-\frac{3\mu+b}{2}a} + \frac{4\mu(\lambda^2-2\lambda\mu-\mu^2)b}{(\lambda-2\mu)^2} e^{-\mu a} + \\
& + \frac{4\lambda^4(2\lambda-\mu+b)-\mu^2(2\lambda-\mu-b)(2\lambda+\mu+b)^2}{2\mu(\lambda-2\mu)^2} e^{-\frac{2\lambda-3\mu+b}{2}a} - \\
& \left. - \frac{4\lambda^4(2\lambda-\mu-b)-\mu^2(2\lambda-\mu+b)(2\lambda+\mu-b)^2}{2\mu(\lambda-2\mu)^2} e^{-\frac{2\lambda-3\mu-b}{2}a} \right\}, \quad \lambda < 2\mu.
\end{aligned}$$

Во второй главе рассматривается та же самая модель, описывающая уровень запаса на складе, ограниченного снизу уровнем ноль, а сверху уровнем $"a"$ ($a > 0$). Глава посвящается исследованию и нахождению распределения уровня запаса склада,

В 2.1 диссертационной работы найдено преобразование Лапласа-Стилтьеса распределения уровня запаса или распределения процесса $X(t)$. Доказана следующая теорема.

Теорема 2.1. Преобразование Лапласа условного и безусловного распределений по времени и преобразование Лапласа-Стилтьеса безусловного и условного распределений по фазе процесса $X(t)$ удовлетворяет следующему интегральному уравнению.

$$\begin{aligned}
\tilde{K}(\theta, \alpha|z) = & \frac{1-\varphi(\theta)}{\theta} e^{-\alpha z} + \varphi(\theta) [\tilde{K}(\theta, \alpha|a) \mathbb{P}\{\eta_1 > a-z\}] + \\
& + \varphi(\theta) \left[\tilde{K}(\theta, \alpha|0) \mathbb{P}\{\eta_1 < -z\} + \int_{y=0}^a \tilde{K}(\theta, \alpha|y) d_y \mathbb{P}\{\eta_1 < y-z\} \right] \quad (3)
\end{aligned}$$

В 2.2 интегральное уравнение (3) решается в классе лапласовых распределений. Вводятся случайные величины η_i^+ и η_i^- .

При таких данных найдено преобразование Лапласа-Стилтьеса эргодического распределения

$$\tilde{R}(\alpha) = \frac{\lambda - \mu}{\lambda^2 - \mu^2 e^{-(\lambda - \mu)a}} \left[\frac{\lambda(\alpha + \lambda)}{\alpha + \lambda - \mu} + \frac{\mu(\alpha - \mu)}{\alpha + \lambda - \mu} e^{-(\alpha + \lambda - \mu)a} \right], \quad \lambda > \mu.$$

С помощью выше написанной формулы были найдены математическое ожидание и дисперсия эргодического распределения процесса.

$$EX(\omega) = \frac{\mu[\lambda - \lambda e^{-(\lambda - \mu)a} - \mu a(\lambda - \mu) e^{-(\lambda - \mu)a}]}{(\lambda - \mu)(\lambda^2 - \mu^2 e^{-(\lambda - \mu)a})}, \quad \lambda > \mu$$

$$DX(\omega) = \frac{1}{[\lambda^2 - \mu^2 e^{-(\lambda - \mu)a}]} [-a^2 \lambda^2 \mu^2 e^{-(\lambda - \mu)a} - 2a\lambda\mu(\lambda + \mu) e^{-(\lambda - \mu)a} - \frac{\lambda\mu^2(\lambda - 2\mu)}{(\lambda - \mu)^2} e^{-2(\lambda - \mu)a} - \frac{2\lambda\mu(\lambda^2 + \mu^2 - \lambda\mu)}{(\lambda - \mu)^2} e^{-(\lambda - \mu)a} + \frac{\lambda^2\mu(2\lambda - \mu)}{(\lambda - \mu)^2}].$$

В 2.3 рассматривается когда случайная величина η_1 определена в классе Лапласового распределения типа $(2^+, 1^-)$.

Пусть $\eta_1 = \eta_1^+ + \eta_2^+ - \eta_1^-$. Тогда

$$P\{\eta_1 < t\} = \begin{cases} \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2} e^{t\mu}, & t < 0, \\ 1 - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \left[1 + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} + \lambda t \right] e^{-\lambda t}, & t > 0. \end{cases}$$

По теореме Таубера найдено эргодическое распределение процесса

$$\tilde{R}(\alpha) = \lim_{\theta \rightarrow 0} \theta \tilde{R}(\theta, \alpha),$$

если процесс эргодичен. Если $P\{\eta_1 > 0\} > 0$ и $P\{\eta_1 < 0\} > 0$, то процесс эргодичен.

$$\begin{aligned} & \lim_{\theta \rightarrow 0} \theta \tilde{R}(\theta, \alpha) = \\ & = \lim_{\theta \rightarrow 0} \theta \left[(1 + \lambda a) e^{-[\lambda - k_1(\theta)]a} - \frac{\lambda^2 a}{\lambda - k_1(\theta)} e^{-[\lambda - k_1(\theta)]a} - \frac{\lambda^2}{(\lambda - k_1(\theta))^2} e^{-[\lambda - k_1(\theta)]a} + \right. \\ & + \frac{\lambda^2}{(\lambda - k_1(\theta))^2} \left. \right] c_1(\theta) + \lim_{\theta \rightarrow 0} \theta \left[(1 + \lambda a) e^{-[\lambda - k_2(\theta)]a} - \frac{\lambda^2 a}{\lambda - k_2(\theta)} e^{-[\lambda - k_2(\theta)]a} - \right. \\ & - \frac{\lambda^2}{(\lambda - k_2(\theta))^2} e^{-[\lambda - k_2(\theta)]a} + \frac{\lambda^2}{(\lambda - k_2(\theta))^2} \left. \right] c_2(\theta) + \lim_{\theta \rightarrow 0} \theta \left[(1 + \lambda a) e^{-[\lambda - k_3(\theta)]a} - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\lambda^2 a}{\lambda - k_3(\theta)} e^{-[\lambda - k_3(\theta)]a} - \frac{\lambda^2}{(\lambda - k_3(\theta))^2} e^{-[\lambda - k_3(\theta)]a} + \frac{\lambda^2}{(\lambda - k_3(\theta))^2} \Big] c_3(\theta) + \\
& + \lim_{\theta \rightarrow 0} \theta \left[(1 + \lambda a) \frac{[1 - \varphi(\theta)](\alpha - \mu)(\alpha + \lambda)^2}{\theta(\alpha + k_1(\theta))(\alpha + k_2(\theta))(\alpha + k_3(\theta))} e^{-(\alpha + \lambda)a} + \right. \\
& \left. + \frac{[1 - \varphi(\theta)]\lambda^2(\alpha - \mu)(\alpha + \lambda)^2}{\theta(\alpha + k_1(\theta))(\alpha + k_2(\theta))(\alpha + k_3(\theta))} \left[\frac{-((\alpha + \lambda)a + 1)}{(\alpha + \lambda)^2} e^{-(\alpha + \lambda)a} + \frac{1}{(\alpha + \lambda)^2} \right] \right]
\end{aligned}$$

С помощью преобразование Лапласа-Стилтьеса эргодического распределения найдены математическое ожидание и дисперсия эргодического распределения процесса.

$$\begin{aligned}
d &= \mu^2(2\lambda + \mu + \sqrt{4\lambda\mu + \mu^2})(\lambda + \mu + \sqrt{4\lambda\mu + \mu^2})e^{\sqrt{4\lambda\mu + \mu^2}a} \\
s &= \mu^2(2\lambda + \mu - \sqrt{4\lambda\mu + \mu^2})(\lambda + \mu - \sqrt{4\lambda\mu + \mu^2})
\end{aligned}$$

$$b = \sqrt{4\lambda\mu + \mu^2}, \quad EX = -\tilde{R}'(0)$$

$$\begin{aligned}
\tilde{R}'(0) &= \frac{1}{d - s - 2\lambda^3 b e^{\frac{2\lambda - \mu + b}{2}a}} \times \\
&\times \left[-\frac{4\lambda^2 \mu(2\lambda + \mu + b)(\lambda - 2\mu)}{(2\lambda - \mu - b)^2} e^{ba} + \frac{4\lambda^2 \mu(2\lambda + \mu - b)(\lambda - 2\mu)}{(2\lambda - \mu + b)^2} - \right. \\
&- \frac{2a\mu^2(2\lambda + \mu + b)}{(2\lambda - \mu - b)^2} \times (2\lambda^2 - \mu^2 - 2\lambda\mu - \mu b)(\lambda - 2\mu)e^b + \\
&\left. + \frac{2a\mu^2(2\lambda + \mu - b)(2\lambda^2 - \mu^2 - 2\lambda\mu + \mu b)(\lambda - 2\mu)}{(2\lambda - \mu + b)^2} + \frac{6\lambda^2 \mu b}{\lambda - 2\mu} e^{\frac{2\lambda - \mu + b}{2}a} \right].
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
DX &= \tilde{R}''(0) - [\tilde{R}'(0)]^2 = \frac{1}{\left[d - s - 2\lambda^3 b e^{\frac{2\lambda - \mu + b}{2}a} \right]^2} \times \\
&\times \left\{ \frac{2\lambda^2 \mu^2(2\lambda + \mu + b)^3(-2\lambda + 3\mu + b)(\lambda - 2\mu)}{(2\lambda - \mu - b)^4} e^{2ba} + 4\lambda^3 \mu^4 a^2 e^{ba} + \right. \\
&+ \frac{2\lambda^2 \mu^3 a(2\lambda - \mu + b)(2\lambda + \mu - b)}{\lambda - 2\mu} e^{ba} + \\
&+ \frac{4\lambda \mu^2(\lambda^4 - 2\lambda^3 \mu - 2\lambda^2 \mu^2 + 5\lambda \mu^3 + b(2\lambda^2 \mu - \mu^3))}{(\lambda - 2\mu)^2} e^{ba} + \\
&\left. + \left[\frac{2\lambda^3 \mu^2 a^2 b(2\lambda^2 + \mu^2 + 4\lambda\mu + b(2\lambda + \mu))}{2\lambda - \mu - b} + \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\lambda^2 \mu ab(2\lambda + \mu + b)^2}{(2\lambda - \mu - b)(\lambda - 2\mu)} \times (2\lambda^2 + 5\mu^2 - 2\lambda\mu + \mu b) + \\
& + \frac{\lambda \mu b(2\lambda + \mu + b)^2}{(2\lambda - \mu - b)(\lambda - 2\mu)^2} \times (2\lambda^3 + 3\lambda^2\mu + 4\lambda\mu^2 + b(\lambda^2 + 2\mu^2)) \Big] e^{\frac{2\lambda - \mu + 3b}{2}a} + \\
& + \left[\frac{\lambda^3 \mu^2 a^2 b(2\lambda + \mu - b)^2}{2\lambda - \mu + b} + \frac{\lambda^2 \mu ab(2\lambda + \mu - b)^2}{(2\lambda - \mu + b)(\lambda - 2\mu)} \times (2\lambda^2 - 7\mu^2 - 2\lambda\mu - \mu b) \right. \\
& + \frac{\lambda \mu b(2\lambda + \mu - b)^2}{(2\lambda - \mu + b)(\lambda - 2\mu)^2} \times (2\lambda^3 - 9\lambda^2\mu + 16\lambda\mu^2 + 6\mu^3 - b(\lambda^2 - 4\mu^2)) \Big] e^{\frac{2\lambda - \mu + b}{2}a} + \\
& + \frac{2\lambda^4 \mu b^2(8\lambda - 7\mu)}{(\lambda - 2\mu)^3} e^{(2\lambda - \mu + b)a} + \frac{2\lambda^2 \mu^2 (2\lambda + \mu - b)^3 (-2\lambda + 3\mu - b)}{(2\lambda - \mu + b)^4} \Big\}.
\end{aligned}$$

В Главе 3 найдено преобразование Лапласа распределения времени пребывания системы в данной полосе.

Введена случайная величина $\tau(\omega)$, обозначающая длительность времени, в течении которого процесс $X(t)$ находится в полосе $(0, a)$. Введено обозначение

$$K(t|z) = P\{\tau > t | X(0) = z\}$$

Доказана следующая теорема.

Теорема 3.1. Преобразование Лапласа распределения длительности времени пребывания процесса в полосе удовлетворяют следующему интегральному уравнению:

$$K(\theta|z) = \frac{1 - \varphi(\theta)}{\theta} + \varphi(\theta) \int_{y=0}^a K(\theta|y) d_y P\{\eta_1 < y - z\} \quad (4)$$

Получено интегральное уравнение для распределения случайной величины $\tau(\omega)$.

$$K(t|z) = P\{\xi_1 > t\} + \int_{s=0}^t \int_{y=0}^a P\{\xi_1 \in ds\} d_y P\{\eta_1 < y - z\} K(t - s|y)$$

Это уравнение в параграфе 3.1 было решено в классе лапласовых распределений типа $(1^+, 1^+)$.

Было введено следующее обозначение

$$L(\theta|z) = 1 - \theta K(\theta|z).$$

Найдено математическое ожидание и дисперсия распределения случайной величины $\tau(\omega)$.

$$E\tau(\omega) = -L'(0).$$

$$L'(0) = \frac{\varphi'(0)}{\mu(\lambda - \mu)(\lambda^2 e^{(\lambda - \mu)a} - \mu^2)} \times \left[-\lambda \mu^2 (\lambda^2 - \mu^2) a + \lambda^2 \mu^2 (\lambda - \mu) a e^{-\mu a} + \right. \\ \left. + \lambda \mu (\lambda^2 - \lambda \mu - \mu^2) e^{-\mu a} + \lambda^2 \mu (\lambda + \mu) e^{(\lambda - \mu)a} + \mu^4 e^{-\lambda a} - \lambda^2 \mu (\lambda + \mu) \right]$$

Из формулы

$$D\tau(\omega) = L''(0) - [L'(0)]^2$$

найденна дисперсия.

$$D\tau(\omega) = \frac{1}{\lambda^2 e^{(\lambda - \mu)a} - \mu^2} \left[\lambda(\lambda + \mu) \varphi''(0) e^{-\mu a} + \lambda^2 \mu a \varphi''(0) e^{-\mu a} + \right. \\ \left. + \frac{2\lambda^2 \mu (\lambda + \mu) [\varphi'(0)]^2}{(\lambda - \mu)^2} e^{-\mu a} + \frac{2\lambda^4 \mu a [\varphi'(0)]^2}{(\lambda - \mu)^2} e^{-\mu a} + \frac{\lambda^3 \mu^2 a [\varphi'(0)]^2}{\lambda - \mu} e^{-\mu a} - \right. \\ \left. - (\lambda + \mu)^2 \varphi''(0) - \lambda \mu (\lambda + \mu) a \varphi''(0) - \right. \\ \left. - \frac{2\lambda \mu (\lambda + \mu)^2 [\varphi'(0)]^2}{(\lambda - \mu)^2} - \frac{2\lambda^3 \mu a (\lambda + \mu) [\varphi'(0)]^2}{(\lambda - \mu)^2} - \frac{\lambda^2 \mu^2 a^2 (\lambda + \mu) [\varphi'(0)]^2}{\lambda - \mu} \right] + \\ \left. + \frac{(\lambda + \mu) \varphi''(0)}{\lambda - \mu} - \frac{\mu \varphi''(0)}{\lambda - \mu} e^{-\lambda a} - \frac{2\lambda \mu^2 a [\varphi'(0)]^2}{(\lambda - \mu)^2} e^{-\lambda a} + \right. \\ \left. + \frac{\mu^2 (5\lambda - \mu) [\varphi'(0)]^2}{(\lambda - \mu)^3} - \frac{2\lambda \mu^2 a [\varphi'(0)]^2}{(\lambda - \mu)^3} e^{-\lambda a} - \frac{\mu^2 [\varphi'(0)]^2}{(\lambda - \mu)^2} e^{-2\lambda a} + \right. \\ \left. + \frac{[\varphi'(0)]^2 (\lambda \mu^3 a + \mu^3 + \lambda^3 e^{(\lambda - \mu)a})}{(\lambda - \mu)^2 [\lambda^2 e^{(\lambda - \mu)a} - \mu^2]} \left[\lambda \mu^3 a - \lambda^2 (\lambda - 2\mu) e^{(\lambda - \mu)a} + \mu^2 (2\lambda - \mu) \right] + \right. \\ \left. \frac{2[\varphi'(0)]^2 \left[-\lambda^2 \mu a - \lambda(\lambda + \mu) \right]}{(\lambda - \mu)^2 (\lambda^2 e^{(\lambda - \mu)a} - \mu^2)} \left[-\lambda(\lambda + \mu) + \lambda \mu (\lambda - \mu) a e^{-\mu a} + \right. \right. \\ \left. + (\lambda^2 + \lambda \mu - \mu^2) e^{-\mu a} + \lambda \mu e^{-\lambda a} - \mu (\lambda - \mu) e^{-(\lambda + \mu)a} \right] + \\ \left. \frac{[\varphi'(0)]^2 \left[-\lambda^2 \mu a - \lambda(\lambda + \mu) \right]}{(\lambda - \mu)^2 [\lambda^2 e^{(\lambda - \mu)a} - \mu^2]} \left[2\lambda \mu (\lambda^2 - \lambda \mu - \mu^2 + \lambda^3 a - \lambda \mu^2 a) e^{(\lambda - \mu)a} - \right. \right. \\ \left. - 2\lambda \mu (\lambda - \mu) (\lambda + \lambda^2 a) e^{(\lambda - 2\mu)a} - 2\lambda (\lambda - \mu) (\lambda^2 + \lambda \mu + \mu^2 + \lambda \mu^2 a) e^{-\mu a} + \right. \\ \left. + \lambda (\lambda - \mu)^2 (\lambda + \mu + \lambda \mu a) e^{-2\mu a} + \lambda^2 (\lambda^2 + \lambda \mu + 2\mu^2 + \lambda \mu^2 a) \right] \Bigg]$$

В 3.2 интегральное уравнение (4) было решено в классе лапласовых распределений типа $(1, 2^+)$. Найденное математическое ожидание и дисперсия распределении случайной величины $\tau(\omega)$, которые зависят от параметров λ и μ , дает возможность с помощью этих параметров управлять системой.

$$\begin{aligned}
L'(0) = & -\frac{\lambda\mu a}{\lambda-2\mu}\varphi'(0)e^{-\lambda a} - \frac{2\mu}{\lambda-2\mu}\varphi'(0)e^{-\lambda a} + \frac{2\mu}{\lambda-2\mu}\varphi'(0) + \frac{2\varphi'(0)}{f_1} \times \\
& \times \left\{ \frac{1}{4(\lambda-2\mu)} \left[(\lambda-\mu+b)(-\mu^3(2\lambda+\mu+b)^2 + 4\lambda^4\mu) + 2\lambda^5(2\lambda-\mu-b) \right] e^{\frac{2\lambda-3\mu+b}{2}a} - \right. \\
& - \frac{\lambda\mu(2\lambda-\mu+b)a}{8(\lambda-2\mu)} \left[\mu^2(2\lambda+\mu+b)^2 - 4\lambda^4 \right] e^{\frac{2\lambda-3\mu+b}{2}a} + \\
& + \frac{1}{4(\lambda-2\mu)} \left[(\lambda-\mu-b)(\mu^3(2\lambda+\mu-b)^2 - 4\lambda^4\mu) - 2\lambda^5(2\lambda-\mu-b) \right] e^{\frac{2\lambda-3\mu-b}{2}a} + \\
& + \frac{\lambda\mu(2\lambda-\mu-b)a}{8(\lambda-2\mu)} \left[\mu^2(2\lambda+\mu-b)^2 - 4\lambda^4 \right] e^{\frac{2\lambda-3\mu-b}{2}a} + \\
& + \left[\frac{\lambda^2\mu^3(\lambda+\mu+b)}{\lambda-2\mu} + \frac{2\lambda^3\mu^4(\lambda+\mu+b)a}{(\lambda-2\mu)(\mu-b)} \right] e^{\frac{3\mu-b}{2}a} - \\
& - \left[\frac{\lambda^2\mu^3(\lambda+\mu-b)}{\lambda-2\mu} + \frac{2\lambda^3\mu^4(\lambda+\mu-b)a}{(\lambda-2\mu)(\mu+b)} \right] e^{\frac{3\mu+b}{2}a} - \\
& - \frac{\lambda\mu^3(2\lambda+\mu)b}{\lambda-2\mu} e^{-\mu a} - \left[\frac{\lambda^3(\lambda^2-3\mu^2)b}{\lambda-2\mu} + \lambda^4\mu ab - \lambda^5\mu a^2b \right] e^{(\lambda-2\mu)a} \Big\}
\end{aligned}$$

Глава 4 посвящена разработке алгоритмов нахождения вероятностных характеристик исследованной модели. Помимо этого, для всех случаев исследовано зависимость математического ожидания и дисперсии от вводных и выходных параметров и обратное. Разработаны программные средства и проведены эксперименты.

В заключении приводится перечень основных результатов диссертационной работы.

1. построена полумарковская модель задач управления запасами для распределения уровня товара на складе, ограниченного минимальным уровнем на нуле и максимальным уровнем в $a(a > 0)$;
2. доказана теорема о представлении производящей функции условного распределения числа запросов и поставок товара, когда уровень запаса впервые доходит до минимального уровня, и найдены явные формулы его вероятностных характеристик;
3. доказана теорема о представлении производящей функции условного распределения числа запросов и поставок товара, когда уровень запаса впервые доходит до максимального уровня, и найдены явные формулы его вероятностных характеристик;

4. найдены явный вид преобразования Лапласа-Стилтьеса эргодического распределения уровня запаса и формулы для вычисления его математического ожидания и дисперсии;
5. найдены преобразование Лапласа распределения времени пребывания системы в заданной полосе и его первые вторые моменты;
6. разработаны алгоритмы и программные средства, с помощью которых определяется зависимость вероятностных характеристик от параметров распределения, и их обратная зависимость.

В приложении представлены распечатки кодов программных средств.

Основные результаты диссертационной работы отражены в следующих работах:

1. Насирова Т.И., Омарова К.К., Оруджева (Садыкова) Р.И. Двухкратное преобразование Лапласа распределения процесса полумарковского блуждания с задерживающим экраном в нуле. // Известия НАНА, 2001, том XXI, №2, с88-90.2
2. Насирова Т.И., Оруджева (Садыкова) Р.И. Распределение первого момента достижения верхнего уровня процесса полумарковского блуждания с двумя задерживающими экранами. // Известия НАНА, 2001, том XXI, №3, с.50-55.
3. Оруджева (Садыкова) Р.И. Нахождение первых вторых моментов функционалов от полумарковского процесса. / Труды Республиканской научной конференции «Современные проблемы информатизации, кибернетики и информационных технологий», Баку, 28-30 апреля 2003 года, том III, с.78-80.
4. Садыкова Р.И. Распределение первого момента достижения нижнего уровня ступенчатым процессом полумарковского блуждания с двумя задерживающими экранами. / Труды II Республиканской научной конференции «Современные проблемы информатизации, кибернетики и информационных технологий», Баку, 26-28 октября 2004 года, том I, с.154-156.
5. Насирова Т.И., Садыкова Р.И., Япар Дж. Исследование ступенчатого процесса полумарковского блуждания и его граничных функционалов. // Известия НАНА, 2006, том XXVI, №2, с.8-13.

6. Nasirova T.H., Sadiqova R.H. The generating function of the distribution of the number for riching level "a" of the process. / International conference modern stochastics: theory and applications. Dedicated to the 60th anniversary of the Department of Probability Theory and Mathematical Statistics and to the memory of Professor M.Y.Yadrenko, 19-23 June, 2006, Kiev, Conference materials, p.200.
7. Садыкова Р.И., Гасанова А.М. Производящая функция нижнего граничного функционала ступенчатого процесса полумарковского блуждания с двумя задерживающими экранами. / The International Conference "Problems of cybernetics and informatics", PCI 2006, volume I, october24-26, 2006, Baku, Azerbaijan, p.182-185.
8. Nasirova T.H., Sadiqova R.H. The generating function of the distribution of the upper boundary functional of the process semi-markovian random walk. / Materials of Ningh Baku International Congress "Energy, Ecology, Economy", 7-9 June 2007, Baku, Azerbaijan Republic, p.11.
9. Tamilla H.Nasirova, Rahila H.Sadiqova. Double Laplace transformation of the process of semi-markov random walk with two screens. / International conference "Skorokhod space.50 years on", 17-23 June, 2007, Kiev, Abstracts, Part II, pp.63-64.
10. Садыкова Р.И., Джафаров К.М. Исследование ступенчатого процесса полумарковского блуждания. / Əməkdar elm xadimi, akademik Əşrəf Hüseynovun 100 illik yubileyinə həsr olunmuş elmi konfransın tezisləri, 25 oktyabr 2007, Bakı, s.133-134.
11. Садыкова Р.И. Производящая функция распределения верхнего граничного функционала процесса полумарковского блуждания. // Известия НАНА, 2007, том XXVII, №2-3, с.101-105.
12. Nasirova T.H., Sadiqova R.H. Double Laplace transformation of the process semi-markov random walk with two screens. / Materials of 10th Baku International Congress "Energy, Ecology, Economy", 23-25 September, 2009, Baku, Azerbaijan Republic, p.72-78.
13. Насирова Т.И., Садыкова Р.И. Преобразование Лапласа распределения времени пребывания системы в полосе. // Автоматика и вычислительная техника, ISSN 0132-4160, Рига, 2009, №4, стр.30-36.
14. R.Sadigova. Defination of the probability characteristic of the system from given region for case $(2^+, 1^-)$. / The IV International Conference

“Problems of cybernetics and informatics”, PCI 2012, volume III, September, 12-14, 2012, Baku, Azerbaijan, p.192-194.

Личный вклад в работах, выполненных в соавторстве:

В [1], [2], [6], [8] – составление интегрального уравнения для случайной величины $\nu_1^a(\omega)$, нахождение граничных условий и вычисление вероятностных характеристик;

В [5], [7] – составление интегрального уравнения для случайной величины $\nu_1^0(\omega)$;

В [9], [10] – составление интегрального уравнения для распределения процесса $X(t)$ и нахождение вероятностных характеристик;

В [13] – составление интегрального уравнения для случайной величины $\tau(\omega)$.

R.H.Sadiqova

**SIÇRAYIŞLI SEMIMARKOV MODELLƏRİNİN EHTİMAL
XARAKTERİSTİKALARININ TƏYİN EDİLMƏSİ ÜÇÜN ÜSUL VƏ
ALQORITMLƏRİN YARADILMASI**

X Ü L A S Ə

Təqdim olunan dissertasiya işində ehtiyatların idarə olunması nəzəriyyəsinin sıçrayışlı, gecikmələrə malik və eyni zamanda aşağıdan və yuxarıdan məhdudlaşdırılmış semimarkov modelinin tədqiqinə həsr olunmuşdur. Baxılan modelin ehtimal xarakteristikalarının təyini üçün üsul və alqoritmlərin işlənməsi məqsədilə həmin modelə uyğun təsadüfi gecikmələrə malik, sıçrayışlı, sıfırda və a ($a > 0$) da gecikdirilən ekranlı semimarkov dolaşma prosesləri tədqiq edilmişdir.

Dissertasiya işində aşağıdakı nəticələr alınmışdır:

- aşağıdan minimal “0”, yuxarıdan maksimal a ($a > 0$) səviyyəsi ilə məhdudlaşdırılmış proseslər üçün ehtiyatların idarəedilməsinin mürəkkəb semimarkov modellərinin qurulması;
- ehtiyatların səviyyəsinin ilk dəfə “0” və ya ilk dəfə a ($a > 0$) – ya çatması üçün atılan addımlar sayının paylanmalarının şərti doğuran funksiyaları üçün integral tənliklər qurulmuşdur;
- bu tənliklər Laplas paylanmaları sinfində həll olunmuşdur;
- semimarkov modelləri ilə təsvir olunan qapalı proseslərin şərti və şərtsiz paylanmaları üçün uyğun olaraq zamana görə Laplas çevirməsi, fazaya görə Laplas-Stiltiyes çevirməsi tapılmışdır;
- sistemin verilən zolaqda qalma müddətinin paylanmasının Laplas çevirməsi tapılmışdır;
- ehtimal xarakteristikaları ilə paylanma parametrləri arasındakı asılılığı təyin etmək üçün alqoritm işlənib hazırlanıb;
- bu asılılığı təyin edən kompleks proqramlar hazırlanıb və eksperimentlər aparılmışdır.

R.H.Sadiqova

**WORKING OUT OF METHODS AND ALGORITHMS OF
DEFINITION PROBABILITY CHARACTERISTICS OF JUMPING
SEMI - MARKOV MODELS**

SUMMURU

The dissertation work is dedicated to investigation of jumping, delay and at the same time lower and upper bounded semi-markov model of resource control theory. For working out methods and algorithms for defining probability characteristics of the model under consideration, random delay, jumping delayed in zero and in a ($a > 0$) screened semi-markov random walking processes are investigated.

The following results have been obtained in the thesis:

- Have been construction of the semi – markov models of resource control for processes restricted below with the minimum zero and above – with the maximum a ($a > 0$) level;
- the integral equations for the functions providing the condition of distribution of the number of steps for the probability level to reach the zero or to reach the a ($a > 0$) for the first time are constructed;
- this equations has been determined with in the Laplace distribution class;
- Laplace transform with respect to time, Laplace - Stiltjes transforms with respect to phase have been found for conditional and unconditional distributions of bounded processes described by semi-markov models;
- have been found Laplace transform of the distribution of duration of the system in the given strip;
- have been developed the algorithm to set out the dependence between the probability characteristics and distribution parameters;
- have been carried out the experiments and elaborated the of complex programs for determining of this dependence.

Заказ 355. Тираж 100. Участок подготовки информационных
материалов Института Кибернетики НАН Азербайджана.
Баку, ул.Б.Вахабзаде, 9

**AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
AKADEMİK Ə.İ.HÜSEYNOV adına KİBERNETİKA İNSTİTUTU**

Əlyazmalar hüququnda

RƏHİLƏ HİDAYƏT QIZI SADIQOVA

**SIÇRAYIŞLI SEMIMARKOV MODELƏRİNİN EHTİMAL
XARAKTERİSTİKALARININ TƏYİN EDİLMƏSİ ÜÇÜN ÜSUL VƏ
ALQORİTMLƏRİN YARADILMASI**

1203. 01.- Kompüter elmləri

riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim olunmuş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı-2013