AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ
BAKİ DÖVLƏT UNİVERSİTETİ

Əlyazma hüququnda

TAHİR CƏLİL OĞLU MƏMMƏDOV

ÖZLÜ ELASTİK SAPA VERİLMİŞ FORMALI BƏRK CİSİMLƏ ENİNƏ ZƏRBƏ MƏSƏLƏSİ

İxtisas: 2002.01- Deformasiya olunan bərk cisim mexanikası

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Baki - 2016

Dissertasiya işi Azərbaycan Texnologiya Universitetində yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **Ş.M.Mütəllimov**

Rəsmi opponentlər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **M.A.Nəcəfov**

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent **Ə. İ.Seyfullayev**

Aparıcı təşkilat: Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universitetinin "Riyaziyyat" kafedrası

Dissertasiya işinin müdafiəsi 14 iyun 2016-cı il tarixində saat 14^{00}-da Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən FD.02.016 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: AZ1148, Bakı şəhəri, Z.Xəlilov küçəsi 23, Bakı Dövlət Universiteti

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq olar.

Avtoreferat "06 may" 2016-cı il tarixində göndərilmişdir.

FD.02.016 Dissertasiya Şurasının elmi katibi Riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor **N.Q.Əhmədov**

İşin ümumi xarakteri

Mövzunun aktuallığı. Müasir texnikanın müxtəlif sahələrində işlədilən çevik konstruksiyaların qısa müddətli yüklənmə vaxtı gərginlik vəziyyətini tədqiq etmək həmişə böyük maraq doğurur. Əgər bu yüklənmə böyük sürətlə hərəkət edən bərk cisimlə baş verirsə, yəni çevik konstruksiya böyük sürətlə hərəkət edən cismin zərbəsinə məruz qalırsa, bu prosesin modelləşdirməsi problemi olduqca aktualdır.

Çevik konstruksiyalara (sap, membran) bərk cisimlə zərbə vaxtı, zərbə müddətində konstruksiyanın həndəsi formasının həqiqətə uyğun seçilməsi, problemin həllində əsas məsələdir. Bu baxımdan aparılan çox saylı təcrübi tədqiqatlar göstərir ki, müxtəlif diametrli rezin qaytanlara (şnurlara), müxtəlif diametrli kapron və pambıq saplara, müxtəlif formalı pazlarla və silindrlərlə eninə zərbə vaxtı saplarda iki dönmə nöqtəsi (tin, döngə) əmələ gəlir. Beləki dönmə nöqtələri arasında sap vuran cismin formasını alır.

Çevik sapa və membrana eninə zərbə nəzəriyyəsi X.A.Raxmatulin tərəfindən yaradılmışdır.

X.A.Raxmatulin öz tədqiqatlarında zərbə vaxtı çevik konstruksiyaların müxtəlif fiziki və həndəsi modellərini irəli sürərək çox saylı nəzəri və praktiki problemlərin həllini vermişdir. Bərk cisimlə çevik sapa, membrana eninə zərbə məsələlərinin müxtəlif aspektləri İ.N. Zverev, L.A.Pavlenko, P.A.Rahmanov, E.V.Lenskiy, K.A.Kərimov, D.Q.Ağalarov, B.R.Nuriyev tərəfindən də tədqiq olunmuşdur.

Eninə zərbə nəzəriyyəsində aktual və vacib problemdən biri də dönmə nöqtəsində sərhəd şərtlərinin təsnifatı və alınmış həllin fiziki reallığı əks etdirməsidir.

İlk dəfə eninə zərbə nəzəriyyəsində Ş.M.Mütəllimov göstərmişdir ki, səs sürətindən böyük hallar üçün dönmə nöqtəsinin arxasında (kəsgin kəsilmə dalğasının arxasında) çevik konstruksiyaların gərginliyi mənfi qiymət almır və sap (membran) bu hissədə «qırışır». O, vuran cismin sürətindən, cismin həndəsi formasından, sürtünmə əmsalından və materialın mexaniki xassəsindən asılı olaraq kəsgin kəsilmə dalğası cəbhəsində sərhəd şərtlərinin təsnifatını vermiş, zərbə vaxtı konstruksiyanın (sapın, membranın) dağılmasını (qırılmasını) nəzərə almaqla müəyyən sinif məsələlərin analitik həllini almışdır. Bu yeni elmi istiqamətdə bəzi tədqiqat işləri aparılmışdır. Bu istiqamətdə E.Ə.Məmmədov, M.F.Mehdiyev, K.Ş.Mütəllimov tərəfindən aparılan elmi tədqiqatları qeyd etmək olar. Bu

işlərdə sapın materialı ya xətti elastik, ya da elastik –plastik qanuna tabe olduğu qəbul olunmuşdur. Amma istər müasir mülki və istərsə də hərbi sənayenin bir çox sahələrində bərk cisimlə eninə zərbəyə məruz qalan çevik konstruksiya (sap və ya saplardan düzəlmiş şəbəkə) əsasən özlü-elastik fiziki xüsusiyyətə malikdir. Bu cür məsələlərin araşdırılması və alınan nəticələr dalğa mexanikasının inkişafından əlavə, bir çox mühəndis problemlərinin çözülməsində və müxtəlif texnoloji məsələlərin həllində istifadə oluna bilər. Bütün bunlar bərk cisimlə özlü-elastik sapa eninə zərbə məsələsinin aktuallığını göstərir. Dissertasiya işi bu cür tədqiqata həsr olunur.

İşin məqsədi. Xətti özlü-elastik (Maksvell modeli) sapa pazla və ön hissəsi müstəvi olan pazla eninə zərbə məsələsinin səs sürətindən böyük və səs sürətindən kiçik hallar (rejimlər) üçün, sapın vəziyyətini (qırılmamasını və qırılmasını) nəzərə almaqla analitik həlli qurmaq, alınmış həll vasitəsilə materialın özlülük parametrinin sapın gərginlik vəziyyətinə və qırılmasına təsirini tədqiq etməkdir.

Elmi yenilik. Kəskin dalğa cəbhəsində müxtəlif rejimli hallar üçün özlüelastik sapa iti və küt pazla normal zərbə məsələlərinin qoyuluşu və həlli.

Səs sürətindən böyük və səs sürətindən kiçik hallar üçün analitik həllər qurulur və özlülük parametrinin nəzərə alınması aşağıdakı yeni elmi nəticələr verir:

- iti pazla zərbədə özlüelastik sapın və xətti elastik sapın qırılma gərginlikləri bərabərdirsə, onda sap zərbə nöqtəsində başlanğıc anda qırılır.
- iti pazla zərbədə özlüelastik sapın qırılma gərginliyi uyğun xətti elastik sapın qırılma gərginliyindən kiçikdirsə, onda sap zərbə nöqtəsində müəyyən vaxt intervalından sonra qırılacaq, əks halda sap qırılmayacaqdır.
- özlüelastik sapda düzəlmə-qırışma cəbhəsinin sürəti uyğun xətti elastik sapdakında olandan kiçikdir. Yəni baxılan halda qırışma oblastı daha böyükdür.
- ön hissəsi müstəvi olan pazla zərbədə, sapda maksimum gərginlik pazın tinlərində yaranır və sapın qırılması məhz pazın tinlərində baş verir.
- özlülük parametri sapın gərginlik vəziyyətinə əsaslı təsir edir. Xətti elastik məsələdən fərqli olaraq(xətti elastik məsələdə qırılma nöqtəsindən elastik dalğanın cəbhəsinə qədər oblastda gərginlik və deformasiya sıfır olur) özlüelastik sapın qırılmasından sonra gərginlik, deformasiya yalnız qırılma nöqtəsində sıfır olur, qalan hissədə müsbət qiymətlər alır.
- özlülük parametri sapın gərginlik qiymətini azaldır.

Tədqiqatın metodikası. İş nəzəri xarakter daşıyır. Nəzəri təhlil çevik sapın hərəkət tənlikləri, bu tənliklər üçün başlanğıc və sərhəd şərtləri, qırılma cəbhəsindəki şərtlər əsasında aparılır. Məsələlərin analitik həllinin qurulmasında həyəcanlanma üsulundan istifadə olunur.

Praktik əhəmiyyəti. Paz və ön hissəsi müstəvi formasında olan pazla xətti özlüelastik sapa eninə zərbə məsələsinin həllindən alınan elmi nəticələr, elmi –nəzəri əhəmiyyətindən əlavə bir çox texniki tədbiqlər üçün də maraq kəsb edir. Böyük sürətlə hərəkət edən cismin dayandırılması üçün istifadə olunan dinamik tormozlayıcı sistemlərin lahiyələşdirilməsi və hesabatı, toxuculuq sənayesi (məsələn, toxucu maşınlarda baltanın sapa zərbəsi) və s. bu sahələrdəndir. Vuran cismin sürətindən, həndəsi formasından, materialın xüsusiiyyətindən asılı olaraq alınan elmi nəticələr sapın qırılmasını proqnozlaşdırmaqda istifadə oluna bilər.

Ehtibarlılıq. Alınan nəticələrin doğruluğu məsələlərin qoyuluşunun korrektliyi, analitik prosedurların dəqiqliyi, alınan nəticələrin bir-biri ilə fiziki mənada uyğunluğu və xüsusi hallarda məlum nəticələrlə üst-üstə düşməsi ilə təsdiq olunur.

İşin aprobasiyası. Dissertasiya işinin əsas nəticələri Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 84-cü və 85-ci ildönümünə həsr olunmuş «Yeyinti, toxuculuq və yüngül sənaye sahələrinin aktual problemləri» Respublika Elmi-Praktiki konfransında (Gəncə, 2007, 2008), Akademik F.Q.Maqsudovun 80-illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransda (Bakı 2010), "İnformatika və telekommunikasiya" kafedrasının (ATU) elmi seminarında,ATU-nun "Riyaziyyat" kafedrasında müzakirə olunmuşdur.

Nəşrlər. Dissertasiyanın əsas nəticələri on elmi məqalədə çap olunmuşdur.

İşin strukturu və həcmi. Dissertasiya işi girişdən, üç fəsildən, nəticələrdən və istifadə olunan ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. 28 sayda şəkil daxil olmaqla dissertasiya kompüterdə yazılmış 127 səhifəlik mətndən ibarətdir.

İşin məzmunu

Dissertasiya işinin girişində mövzunun aktuallığı və işlə bilavasitə əlaqəsi olan işlərin qısa xülasəsi verilir.

Birinci fəsilin 1.1 paraqrafında çevik rabitələrə (konstruksiyalara – sap, membran, kanat) eninə zərbə nəzəriyyəsi məsələlərində əsas anlayışlar verilir.

1.2 –paraqrafda çevik sapın paza söykənən oblastında hərəkət tənliyi müəyyənləşdirilir.

1.3-paraqrafında kəsgin dalğa cəbhəsində xətti-özlüelastik sap üçün sərhəd şərtlərinin təsnifatı aparılır.

Sapın dönmə nöqtəsində (kəsgin kəsilmə dalğası cəbhəsində) kütlənin saxlanılması və hərəkət miqdarının dəyişməsi tənlikləri aşağıdakı kimidir.

$$\frac{b-\upsilon_1}{1+\varepsilon_1}=\frac{b\sec\gamma-\upsilon_2}{1+\varepsilon_2};\quad \upsilon_1=\frac{\partial u_1}{\partial t};\upsilon_2=\frac{\partial u_2}{\partial t}$$

$$\frac{b-\upsilon_1}{1+\varepsilon_1}\left(\upsilon_2-\upsilon_1\cos\gamma-M\sin\gamma\right)=\sigma_1\cos\gamma-\sigma_2-F_S \qquad (1)$$

$$\frac{b-\upsilon_1}{1+\varepsilon_1}\left(M\cos\gamma-\upsilon_1\sin\gamma\right)=Q+\sigma_1\sin\gamma$$

Burada υ_2,υ_1- dönmə nöqtəsinin arxasında və önündə hissəciklərin sürətidir; $\varepsilon_2,\varepsilon_1$- dönmə nöqtəsinin arxasında və önündə sapın deformasiya əmsalıdır; σ_2,σ_1- uyğun olaraq dönmə nöqtəsinin arxası və önündəki sapın gərginlikləridir. γ - cismə toxunanla sapın əvvəlki vəziyyətləri arasındakı bucaqdır; V –vuran cismin sürətidir; F_S,Q- dönmə nöqtəsində toxunan və normal reaksiya qüvvələridir.

Səs sürətindən böyük hal üçün yəni, $b=Vctg\gamma>a_0$ (a_0- sapda elastik dalğanın sürətidir, b- dönmə nöqtəsinin sürətidir) olanda dönmə nöqtəsinin arxasındakı həyəcanlanma, dönmə nöqtəsinin qarşısındakı oblasta təsir etmir və $\varepsilon_1=0,\ \upsilon_1=0;\ \sigma_1=0$ olur. Bu halda (1) şərtləri

$$\upsilon_2=(\sec\gamma-1-\varepsilon_2)Mctg\gamma\ ;$$

$$F_S=-\sigma_2+\rho Vctg\gamma\left(V\sin\gamma-\upsilon_2\right) \qquad (2)$$

$$Q=M^2ctg\gamma\cdot\cos\gamma;\left(\mu=\frac{V}{a}\right)$$

şəklində olur.

σ və ε arasındakı asılılıq (Maksvell tipli)

$$\dot{\sigma} + \frac{E}{\mu}\sigma = E\dot{\varepsilon}$$

və ya

$$\sigma = E(\varepsilon - k_1 e^{-k_1 t}\int_0^t e^{k_1\tau}\varepsilon(\tau, x)d\tau)\ k_1 = \frac{E}{\mu} \qquad (3)$$

şəklindədir. (E- Yunq modulu, μ - özlülük əmsalıdır).

$\upsilon_2, \varepsilon_2, F_S, Q$ kəmiyyətlərini təyini üçün (2), (3) tənliklər sistemini qapamaq məqsədilə bir əlavə münasibət lazımdır. Bu münasibət

$$(|F_S| < \mu_* Q) \qquad (4)$$

kimi götürmək olar. (4) bərabərsizliyi

$$\upsilon_2 = 0 \qquad (5)$$

şərtini tələb edir. Burada μ_* dönmə nöqtəsində sürtünmə əmsalıdır. (4) və (5) şərtləri məsələnin çoxsaylı parametrlərinin müəyyən qiymətlərində ödəniləcək. Ödənilmə sərhəddi isə

$$|F_S| = \mu_* Q \qquad (6)$$

şərti ilə təyin olunur. Bu halda artıq $\upsilon_2 \neq 0$ olmaqla (2), (4) sistemini qapayan şərt

$$F_S = \mu_* Q sign\upsilon_2 \qquad (7)$$

şəklində olacaq. Bu halda σ_2, ε_2 - kəmiyyətləri üçün alınan qiymətlər mənfi olur, bu isə fiziki baxımdan qəbul olunan deyil, çünki çevik sap sıxılmaya müqavimət göstərmir. Odur ki, fiziki mənası olan həlli qurmaq üçün, sapın sıxılmaya sıfır müqavimətini nəzərə alan sxem qurmaq zərurəti yaranır. Məsələnin çoxsaylı parametrlərini məhdudlaşdıran və (7) şərti üçün yararlı olan şərt

$$\sigma_2 = 0 \qquad (8)$$

olacaq. Bu halda $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ asılılığı tətbiq olunmur və (8) şərtindən əlavə (7) şərti ödənilməlidir.

(2), (3) sistemini qapamaq üçün ((5), (7) və (8) şərtləri nəzərə alınmalıdır.

Kəskin kəsilmə dalğası cəbhəsində (dönmə nöqtəsində) üç növ sərhəd şərti mövcuddur.

Birinci halda (5) şərtini (2) sisteminin birinci tənliyində nəzərə alsaq

$$\varepsilon_2 = \sec\gamma - 1; \tag{9}$$

$$\upsilon_2 = 0 \tag{10}$$

olduğu alınır .

(9), (10) həllərinin tətbiq olunma oblastı

$$F_S < \mu_* Q \tag{11}$$

bərabərsizliyi ilə təyin olunur.

(γ, M) müstəvisində $F_S < \mu Q$ əyrisindən sağda, $M = tg\gamma$ əyrisindən yuxarı və $\gamma = 2\gamma_*$ xəttindən solda yerləşən oblastda kəskin kəsilmə dalğası cəbhəsində şərtlər

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_2^{(0)} + k\varepsilon_2^{(1)} t, \tag{12}$$

$$\upsilon_2 = \upsilon_2^{(0)} + k\upsilon_2^{(1)} t, \tag{13}$$

kimidir.

Burada

$$\varepsilon_2^{(1)} = -\frac{\varepsilon_2^{(0)}}{b^2 - 1}, \quad \upsilon_2^{(1)} = \frac{b}{b^2 - 1}\varepsilon_2^{(0)}, \; k = \frac{E\,R}{\mu\, a_0} \tag{14}$$

$\varepsilon_2^{(0)}, \upsilon_2^{(0)}$ - xətti elastik məsələdən məlum ifadələrdir və k, t, b - ölçüsüz kəmiyyətləridir.

Qeyd edək ki, k - kiçik parametrdir. Üçüncü mümkün olan hal $\sigma_2^{(0)} = 0 \left(\varepsilon_2^{(0)} = 0\right)$ şərtindən tapılan xətt üzərində baş verir və bu xətt

$$\gamma = 2\gamma_* \tag{15}$$

şəklindədir.

Beləliklə $M = tg\gamma$ əyrisindən yuxarı və (15) düz xəttindən sağda (7) şərtini nəzərə alsaq ε_2 deformasiyası və hissəciyin υ_2 sürəti üçün

$$\begin{aligned} &\varepsilon_2 = \sin\gamma\left(tg\gamma_* - tg\frac{\gamma}{2}\right) < 0, \quad \gamma > 2\gamma_* \\ &\upsilon_2 = M\cos\gamma(tg\gamma - tg\gamma_*) > 0; \quad (\sigma_2 = 0) \end{aligned} \tag{16}$$

olar.

(16) həllərindən alınır ki, dönmə nöqtəsinin arxasında gərginlik sıfır olmaqla $\upsilon_2 > 0, \varepsilon_2 < 0$ -dır, yəni üçüncü hal üçün sap qırışır. Səs sürətindən böyük olan hal üçün kəsgin kəsilmə dalğası cəbhəsində üç növ sərhəd şərtləri alınır. I növ – (9), (10), ikinci növ – (12), (13), üçüncü növ (16) münasibətləri ilə ifadə olunar.

1.4 –də pazla çevik sapa zərbədə, sapın qırılma nöqtəsində və qırılmamış sapın zərbə nöqtəsindəki şərtlər verilir.

Müəyyən şərtlər daxilində çevik sapa bərk cisimlə zərbədən sapın müəyyən kəsiyində dağıdıcı σ_m gərginliyi yaranarsa, onda elə bu kəsikdə sap qırıla bilər. Sapın qırılmasını riyazi olaraq belə ifadə etmək olar.

$$\begin{aligned} \sigma\left(x_{qır}, t_{qır} - 0\right) &= \sigma_m \\ \sigma\left(x_{qır}, t_{qır} + 0\right) &= 0 \end{aligned} \tag{17}$$

Burada $x_{qır}, t_{qır}$ - qırılmada sapın kəsiyinin koordinatı və qırılma vaxtını göstərir; $t_{qır} - 0, t_{qır} + 0$ uyğun olaraq qırılmaya qədər və qırılmadan sonra halları ifadə edir; σ_m - sapı qıran gərginlikdir (möhkəmlik həddi).

Əgər sap qırılmayıbsa, onda zərbə nöqtəsində

$x = 0$ olanda $u(x,t) = 0;$

və ya

$$x = 0 \text{ olanda } \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = 0; \tag{18}$$

şərtləri ödənilməlidir.

Bundan başqa elastik dalğa cəbhəsində yerdəyişmə funksiyası üçün kəsilməzlik şərti ödənilməlidir.

$$[u] = 0 \tag{19}$$

İkinci fəsildə xətti özlüelastik sapa pazla eninə zərbə məsələsinə baxılır. Məsələ səs sürətindən böyük və səs sürətindən kiçik rejimlərdə tədqiq olunur, həmçinin sapın gərginlik vəziyyəti onun qırılana qədər və qırılmadan sonrakı vəziyyəti tədqiq olunur.

2.1-də səs sürətindən böyük hal üçün sabit sürətli pazla eninə zərbədə xətti özlüelastik sapın gərginlik vəziyyəti tədqiq olunur. Bu hal üçün kəsgin kəsilmə dalğası cəbhəsində məsələyə daxil olan parametrlərdən asılı olaraq üç növ sərhəd şərtləri mövcuddur ((9), (10), (12), (13) və (16)).

Baxılan halda sapın pazın səthinə söykənən hissəsində iki oblastda $(0 \le x < t;\ \ t \le x < bt)$ gərginlik vəziyyətini təyin edilməsi tələb olunur. Bu oblastlarda ölçüsüz sapın hərəkət tənliyi

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - k\frac{\partial u}{\partial t} \tag{20}$$

kimi ifadə olunur.

Burada u, x -uyğun olaraq Eyler və Laqranj koordinatlarıdır, qalan işarələmələr əvvəlki paraqraflarda olduğu kimidir.

Sapın hərəkət tənliyinin həlli

$$u_n = \sum_{i=0}^{\infty} u_n^{(i)} k^i;\ \ (n = 1,2) \tag{21}$$

şəklində axtarılır.

Burada u_1, $0 \le x < t$ oblastına, u_2 isə $t \le x < bt$ oblastına aiddir.

$u_n^{(0)}, u_n^{(1)}$ funksiyaları:

$$\begin{aligned} u_n^{(0)} &= a_{0n}(x-t) + b_{on}(x+t) \\ u_n^{(1)} &= a_{1n}(x-t)^2 + b_{1n}(x+t)^2 - \frac{1}{4}\left(b_{on} - a_{on}\right)\left(t^2 - x^2\right) \end{aligned} \tag{22}$$

şəklində axtarılır. Burada, $a_{0n}, b_{0n}, a_{1n}, b_{1n}$ hələlik naməlum əmsallardır və sərhəd şərtlərindən tapılır.

Əvvəlcə qoyulan məsələ dönmə nöqtəsində (9), (10) şərtləri ödənilən hal üçün araşdırılır. Bu hal üçün sapın $t \le x < bt$ oblastında gərginlik vəziyyətini təyin etmək üçün, (20) hərəkət tənliyinin (9), (10), (18), (19) şərtlərini ödəyən həlli tapılır. (21), (22) ifadələrini (9), (10), (18), (19) şərtlərində yazıb, k -kiçik parametrinin qüvvətlərinə nəzərən əmsalları bərabərləşdirərək axtarılan əmsallar tapılır.

Hər iki oblastda gərginlik

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \varepsilon_2^{(0)} e^{-kt}, \varepsilon_2 = \sec\gamma - 1 \tag{23}$$

şəklində ifadə olunur.

Zərbə nöqtəsində $(x = 0)$ gərginlik

$$\sigma_1 = 2\varepsilon_2^{(0)} e^{-kt} \tag{24}$$

olur.

Alınmış ifadədən görünür ki, maksimal gərginlik zərbənin başlanğıc anında yaranır və $\gamma > \gamma_q$ olduqda zərbə nöqtəsində sap qırılır, $\gamma < \gamma_q$ olduqda isə sap qırılmayacaq (burada $\gamma_q = \arccos\frac{2}{2+\sigma_q}$; σ_q - sapın qırılma gərginliyidir).

Əgər sapın zərbə nöqtəsində qırılması baş verirsə, onda məsələnin həllində (18) şərti əvəzinə (17)-nin 2-ci şərti istifadə olunmalıdır və bu halda $t \le x < bt$ oblastındakı (23) həlli doğrudur. $0 \le x \le t$ oblastında həll

$$\varepsilon_1 = \frac{k}{2} x \cdot \varepsilon_2^{(0)};$$
$$\upsilon_1 = \varepsilon_2^{(0)}\left(1 - \frac{k}{2}t\right) \qquad (25)$$
$$\sigma_1 = \sigma_2^{(0)} x \frac{k}{2} e^{-kt}$$

kimi olacaq.

Beləliklə alınır ki, uyğun xətti elastik sapın qırılmasından sonra elastik dalğanın cəbhəsi arxasındakı sap tam boşalırsa və sabit sürətlə hərəkət edirsə, özlüelastik sapın qırılmasından sonra bu oblastda sapın boşalması ancaq $x = 0$ nöqtəsindədir və sapın sürəti zamanın funksiyasıdır.

Oxşar qayda ilə sərhəd şərtləri (12), (13) kimi verilən hal üçün də məsələ həll olunur

Əgər dönmə nöqtəsinin arxasında sapın qırışması baş verirsə, yəni bu nöqtədə (16) şərtləri ödənilirsə, bu halda məsələnin həlli zərbə nöqtəsindən qırışma sərhəddinə kimi oblastda $\left(0 \le x < x_*(t)\right)$ və qırışma oblastında $\left(x_*(t) \le x \le bt\right)$ təyin olunur ($x_*(t)$ - naməlum funksiya olub sapın dartılan və qırışan sərhəddini təyin edir).

Məsələnin həllində qırışma sərhəddində hərəkət miqdarının dəyişməsi və yerdəyişmə funksiyasının kəsilməzliyi şərtlərindən istifadə olunur.

Sapın dartılma- qırışma sərhəddinin sürəti

$$\frac{dx_*(t)}{dt} = \omega_0 + k2\omega_1 t \qquad (26)$$

düsturu ilə təyin olunur.

Burada

$$\omega_0 = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_2^{(0)}}{2\upsilon_2^{(0)}}\right)^2 + 1} + \frac{\varepsilon_2^{(0)}}{2\upsilon_2^{(0)}} > 0;$$

$$\omega_1 = -\varepsilon_1^{(0)}\omega_0\left[2\upsilon_2^{(0)}, \omega_0 + \left(1+\omega_0^2\right)\left(\varepsilon_1^{(0)} - \varepsilon_2^{(0)}\right)\right]^{-1} < 0;$$

$\varepsilon_2^{(0)}, \upsilon_2^{(0)}$ kəmiyyətləri xətti elastik məsələdən məlum ifadələrdir; $\varepsilon_1^{(0)}$- xətti elastik məsələdə bu oblastdakı deformasiyadır; ω_0 - xətti elastik məsələdə düzəlmə-qırışma sərhəddinin sürətidir.

2.2-də sapın qırılmasının mümkünlüyü nəzərə alınmaqla, səs sürətindən kiçik hal üçün xətti özlüelastik sapa pazla eninə zərbə məsələsi tədqiq olunur.

Tutaq ki, sonsuz uzun düzxətli gərilməmiş sapa sabit sürətlə pazla eninə zərbə endirilir. Fərz olunur ki, sapın əyilən hissəsi pazın səthinə söykənir. Səs sürətindən kiçik rejim üçün sapın qırılmayan və qırılan halı üçün gərginlik vəziyyətinin tədqiqi tələb olunur.

Sapın paza söykənən hissəsində və dönmə nöqtəsinin önündəki sapın düzxətli hissəsində hərəkət tənlikləri uyğun olaraq belədir:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} - k\dfrac{\partial u_2}{\partial t} \\ \dfrac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - k\dfrac{\partial u_1}{\partial t} \end{cases} \tag{27}$$

$$\overline{u}_i = \frac{u_i}{R}; i = 1,2; \overline{x} = \frac{x}{R}; \overline{t} = \frac{a_0 \cdot t}{R}; \overline{k} = \frac{E}{\mu}\frac{R}{a_0}$$

u_2, x - Eyler və Laqranj koordinatları; u_1- yerdəyişmə, t- zaman, R- uzunluq ölçüsü olub sabit ədəddir (məsələn zərbəyə qədər en kəsiyi dairəvi olan sapın diametridir); k - kəmiyyəti kiçik parametrdir.

Hər iki oblastda $(I - 0 \le x < x_*(t); II - x_*(t) \le x \le t)$ həllərini təyin etmək üçün (27) sistemindəki $u_2(x,t)$ və $u_1(x,t)$ funksiyalarının k kiçik parametrinə görə aürılışı yazılır:

$$u_i = \sum_{n=0}^{\infty} k^n u_n^{(i)}; (i = 1,2)$$

Əgər bu ayrılışda birinci iki hədlə kifayətlənsək

$$u_i = u_i^{(0)}(x,t) + ku_i^{(1)}(x,t) \quad (i = 1,2) \tag{28}$$

olar.

Burada $u_1^{(0)}, u_2^{(0)}$ xətti elastik məsələnin uyğun həlləridir.

Kəsgin kəsilmə dalğasının trayektoriyası da

$$x_*(t) = z_0 t + kz_1 t^2 + ... \tag{29}$$

$$(z = \frac{dx_*(t)}{dt} = z_0 + k2z_1 t + ...)$$

şəklində axtarılır. (z_0, z_1 naməlum sabitlərdir).

Məsələyə daxil olan çox saylı parametrlərin $F_S < \mu_* Q$ şərtini ödədəyən oblastda dönmə nöqtəsində sapın hissəciyinin paza nəzərən nisbi sürəti

$$\upsilon_2(x,t) = \frac{\partial u_2(x,t)}{\partial t} = 0 \tag{30}$$

olacaqdır.

(29) ifadəsini nəzərə almaqla (28) həllərini (1) sisteminin birinci tənliyində və (18), (19), (30) –da yazsaq və əmsalları kiçik k parametrinin eyni dərəcələrinə görə bərabərləşdirsək naməlum əmsallar tapılar.

Sonra isə kəskin kəsilmə dalğa cəbhəsində (7) şərti ödənilən hal üçün məsələ həll olunur.

Bu paraqrafın sonunda sapın qırılmasını nəzərə almaqla sapın hərəkət oblastında onun əsas parametrləri təyin olunur. Sapın qırılması üçün $\max\sigma$ təyin olunur və alınmış həllərdən məlum olur ki, bu zərbə nöqtəsində ($x = 0$) yaranır.

Tapılmış həllərdən alınır ki, özlüelastik sap qırıldıqdan sonra, dönmə nöqtəsindən arxada ε_2, σ_2 yalnız $x = 0$ da sıfır olur və $x > 0$ olduqda isə müsbətdirlər.

Alınmış həlldən görünür ki, özlüelastik sapda düzəlmə-qırışma sərhəddinin sürəti, xətti elastik məsələdəkindən kiçikdir. Düzəlmə oblastında özlüelastik sapın deformasiyası, üyğun xətti elastik sapın deformasiyasından çoxdur. Bu üçüncü sərhəd məsələsində sapın qırılmasından sonra məsələnin həlli sadədir. (16) həlli bütün $0 \le x \le bt$ oblastında doğrudur.

Üç paraqrafdan ibarət olan **üçüncü fəsildə** ön hissəsi müstəvi olan pazla xətti özlüelastik sonsuz uzunluqlu düzxətli çevik sapa normal zərbə

məsələsi tədqiq olunur. Fərz olunur ki, zərbə sabit sürətlə olmaqla, sapın iki dönmə nöqtələri arasındakı hissəsi pazın səthinə söykənir. Baxılan məsələdə dönmə nöqtəsinin sürəti sapdakı elastik dalğanın sürətindən kiçik və böyük hallar üçün araşdırılır. Bu fəsildə də həllərin tapılmasında funksiyaların kiçik parametrə görə ayrılışından istifadə olunur.

3.1-də sapın hərəkət sxemi saxlanılmaqla, səs sürətindən $\left(b = Vctg\gamma > a_0\right)$ böyük hal üçün hərəkət rejimi tədqiq olunur.

Ön hissəsi müstəvi olan pazla düzxətli xətti özlüelastik sapa eninə zərbədən sapda dörd elastik dalğa cəbhəsi yaranır. Pazın ön hissəsinin uzunluğunu 2ℓ-lə işarə edək. (20) hərəkət tənliyinin həlli k parametrə görə ayrılış şəklində axtarılır və ayrılışda iki hədd götürülür.

Zərbənin $0 < t < \ell$ vaxt intervalında üç oblast yaranır:

$$1)\ \ell < x < t; \quad 2) t < x < bt; \quad 3)\ -t < x < \ell.$$

Sapın pazın tinində olan nöqtəsindəki surətlər üçün kinematik şərt

$$\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{x\to\ell-0} = \cos\gamma \cdot \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{x\to\ell+0} \tag{31}$$

və deformasiyaların kəsilməzlik şərti

$$\varepsilon\left(\ell - 0, t\right) = \varepsilon\left(\ell + o, t\right) \tag{32}$$

ödənilir.

Yayılan və qayıdan elastik dalğaların cəbhəsində şərtlər

$$\left[\upsilon\right] = \left[\varepsilon\right]; \quad \left[\upsilon\right] = -\left[\varepsilon\right] \tag{33}$$

şəklindədir. Kəskin dalğa cəbhəsində (9), (10) şərtləri ödənildikdə $0 < t < \ell$ vaxt intervalında 1,2,3 oblastlarında deformasiyalar, hissəciyin surətləri təyin olunur. Əgər kəskin dalğa cəbhəsində məsələyə daxil olan parametrlərin dəyişməsi 2-ci hərəkət rejiminə uyğundursa, yəni sərhəd şərtləri (16) kimi təyin olunursa, onda yuxarıda deyilən həll üsulundan istifadə etməklə 1,2,3 oblastlarında həlli tapılır.

Hər oblastdakı gərginlik $\sigma = \sigma\left(\varepsilon\right)$ asılılığından təyin olunur.

Zərbə prosesinin $t = \ell$ anında pazın tinlərindən yayılan elastik dalğalar sapın $x = 0$ simmetriya nöqtəsində görüşürlər və tinlər istiqamətinə qayıdırlar. Beləliklə, simmetriya nöqtəsi ilə qayıdan elastik dalğanın cəbhəsi arasında yeni oblast yaranır.

Kəskin kəsilmə dalğası cəbhəsində qırışma yaranan hal üçünhəyəcanlanma üsulundan istifadə edərək məsələnin analitik həlli tapılır. Bu halda yuxarıda göstərilən şərtlərdən əlavə düzəlmə-qırışma

sərhəddində yerdəyişmə funksiyasının kəsilməzliyi və hərəkət miqdarının dəyişməsi şərtlərindən istifadə olunur. Burada elastik dalğaların görüşməsi, elastik dalğanın vuran pazın tini ilə təsirindən, elastik dalğanın düzəlmə – qırışma sərhəddi ilə görüşməsi nəticəsində çox saylı yeni oblastlar yaranır. Bu məsələnin həlli $0 < t < 3\ell$ vaxt intervalında təyin olunub.

3.2–də sabit sürətli ön hissəsi müstəvi olan simmetrik pazla xətti özlüelastik çevik sapa səs sürətindən kiçik hal üçün zərbə məsələsinə baxılır. Müstəvi hissənin eni 2ℓ-lə işarələnir. Dönmə nöqtəsinin qabağında və arxasında olan oblastlarda sapın hərəkəti (27) tənliklr sistemi ilə ifadə olunur. Zərbə vaxtı pazın müstəvi hissəsinin tinlərindən sapda bu tin nöqtəsindən sola və sağa elastik dalğalar yayılır. $t = \dfrac{\ell}{a_0}$ anına kimi sapın paza nəzərən hərəkəti aşağıdakı oblastlardan ibarətdir:

$1)\, x_*(t) \le x < t;\ 2)\ \ell < x \le x_*(t);\ 3) -t < x < \ell;$ elastik dalğanın önündə isə hərəkət sükunətdədir. Elastik dalğa pazın $x = 0$ simmetriya nöqtəsində görüşmələri, elastik dalğanın pazın tin nöqtəsində yenidən iki dalğa cəbhəsinin yaranması, elastik dalğanın həmçinin kəskin dalğa cəbhəsi ilə toqquşması və proseslərin davam etdirilməsi yeni hərəkət oblastları yaradır.

Dönmə nöqtəsinin trayektoriyası

$$x_*(t) = z_0 t + k z_1 t^2, \quad 0 < \mathrm{k} < 1 \tag{34}$$

şəklində verilir.

Pazın tinində sapın hissəciklərinin sürətləri arasında

$$\upsilon_3 = \upsilon_2 \cos\gamma \tag{35}$$

kinematik şərt verilir.

Sapın hərəkət tənliyinin 1,2,3 oblastlarında həlləri uyğun olaraq belə ifadə olunur:

$$\begin{cases} U_1(x_1,t) = \varepsilon_1^{(0)} x_1 + \upsilon_1^{(0)} t + k[a_{01}\xi^2 + b_{01}\eta^2 - \dfrac{\upsilon_1^{(0)}}{4}\xi\eta]; \\ U_2(x_1,t) = \left(\varepsilon_2^{(0)} + 1\right)x + \upsilon_2^{(0)} t + k[a_{02}\xi^2 + b_{02}\eta^2 - \dfrac{\upsilon_2^{(0)}}{2}x_1\xi] \\ U_3(x_1,t) = \varepsilon_3^{(0)} x_1 + \upsilon_3^{(0)} t + k[a_{03}\xi^2 + b_{03}\eta^2 + \dfrac{\upsilon_3^{(0)}}{2}x_1\eta] \end{cases} \tag{36}$$

$$x_1 = x - \ell; \xi = t - x_1; \eta = t + x_1$$

Alınmış həllərin ümumi xarakteri belədir: sapın özlülük xüsusiyyəti deformasiyanın artmasına və gərginliyin, hissəciyin sürətinin, dönmə nöqtəsinin sürətinin azalmasına təsir edir.

III fəslin 3-cü paraqrafı ön tərəfi müstəvi şəkilli pazla çevik sapa eninə zərbədən sapın qırılması və qırılmadan sonra sapın gərginlik halı tədqiq olunur. Bu paraqrafda əvvəlcə xətti elastik sapın qırılması və qırılmadan sonra onun gərginlik vəziyyəti, sonra isə oxşar məsələ xətti özlüelastik sap üçün araşdırılır və bunlar müqayisə olunur.

Göstərilir ki, hər iki hal üçün qırılma pazın tinlərində baş verir. Sapın qırılmasına qədər qırılmadan sonrakı gərginlik halı, iti pazla zərbə məsələsinə oxşardır. Amma məsələnin verilmiş parametrlərinin qiymətlərində iti pazla zərbədə çevik sap (elastik və ya özlüelastik) qırılırsa, həmin qiymətlərdə kütlənmiş pazla zərbədən sapın qırılması üçün kütlənmiş pazın açılma bucağı iti pazın açılma bucağından kiçik olmalıdır və ya vurma sürəti iti pazın sürətindən çox olmalıdır.

Qırılmadan sonra pazın tinləri arasındakı hissə paza nəzərən sükunətdə olmaqla pazla birlikdə hərəkət edir.

Göstərilir ki, elastik sapın və özlüelastik sapın möhkəmlik hədləri eynidirsə sapın qırılması başlınğıc anda baş verir. Əgər özlüelastik sapın möhkəmlik həddi elastik sapın möhkəmlik həddindən böyükdürsə sap qırılmayacıq, əksinə olsa qırılma sonlu vaxtda baş verəcək.

NƏTİCƏ

Dissertasiyada alınan əsas elmi nəticələr:

1. Çevik sapın özlülük xüsusiyyəti onun zərbə müddətində gərginlik və deformasiya halına əsaslı təsir edir. Özlüelastik sapın qırılma gərginliyi (möhkəmlik həddi) xətti elastik sapın möhkəmlik həddi ilə eynidirsə, onda məsələyə daxil olan parametrlərin müəyyən qiymətində sapın qırılması zərbə nöqtəsində başlanğıc anda baş verəcək.
2. Özlüelastik sapın qırılma gərginliyi xətti elastik sapın qırılma gərginliyindən kiçikdirsə, sapın qırılması yenə zərbə nöqtəsində baş verəcək və bu müəyyən sonlu vaxtdan sonra olacaqdır.
3. Özlüelastik sapın qırılma gərginliyi, xətti elastik sapın qırılma gərginliyindən böyükdürsə zərbə nöqtəsində özlü elastik sap qırılmayacaq.

4. Xətti özlüelastik sapda dartılma –büzüşmə sərhəddinin sürəti, xətti elastik sapda yaranan dartılma-büzüşmə sərhəddinin süətindən kiçikdir. Özlüelastik sapda büzüşmə oblastının uzunluğu xətti elastik sapdakından böyükdür.
5. Ön tərəfi müstəvi şəkilli pazla xətti elastik və xətti özlü elastik sapa zərbə vaxtı sapın qırılması pazın müstəvi hissəsinin ucunda (yəni pazın tinində) baş verir.
6. Çevik özlüelastik sap zərbədən sonra zərbə nöqtəsində (və ya pazın tinində) qırılırsa və $\gamma > 2\gamma_*$ qiymətlərində, sap vuran cismin səthi boyu büküşür, yəni qırılma nöqtəsindən dönmə nöqtəsinə qədər öblastda özlüelastik sap bürüşmə formasında olur. Bu hal çevik sapın fiziki xüsusiyyətindən asılı olmamasını göstərir.

Dissertasiya işinin əsas məzmunu aşağıdakı məqalələrdə çap olunmuşdur:

1. Мамедов Э.А., Мамедов Т.Дж. Поперечный удар составным клином по гибкой нити //Механика, Машиностроение, 2002, №1, с.24-26.
2. Мамедов Т.Дж. Сморщивание вязкоупругой нити при нормальном ударе клином по ней //Механика-машиностроение, 2006, №2, с.24-26.
3. Мамедов Т.Дж. Нормальный удар притупленным клином по гибкой вязко упругой нити //Механика-машиностроение, 2007, №1, с.14-16.
4. Мамедов Т.Дж.-Поперечный удар клином по вязкоупругой нити (дозвуковой режим) /Тезис. Материалы республиканской научно-практической конференции «Актуальные проблемы пищевой, текстильной и легкой промышленности», Гянджа 2007, стр. 120-121.
5. Мамедов Т.Дж. Нормальный удар притупленным клином по вязко упругой нити (дозвуковой режим) //НАН Азерб. Гянджинсикий региональный научный центр «Сборник известий», Гянджа, 2008, №31, с.128-135.
6. Мамедов Т.Дж. Об обрыве гибкой нити при нормальном ударе притупленным клином //Академии Международной системных исследований (МАСИ), Вестник Академии

Информатика, экология, экономика, Москва, 2008, том 11, ст. 42-44.
7. Мамедов Т.Дж. Об обрыве вязкоупругой нити при поперечном ударе притупленным клином //Инженерная физика, Москва, 2009, №11, с.3-7.
8. Мамедов Т.Дж. Об обрыве вязкоупругой нити при нормальном ударе /Тезис: Международой конференции, посвященной 80-летнету юбилею академика Ф.Г.Максудова, Баку, 2010, ст. 215-217.
9. Мамедов Т.Дж. Поперечный удар притупленным клином по вязко-упругой нити при дозвуквом режиме движения //Национальная Академия Наук Азербайджана Гянджинское отделение «Сборник известий» Гянджа 2015, №3(61), ст.120-128.
10. Мамедов Т.Дж. Нормальный удар клином по вязкоупругой нити с учетом ее разрушения (дозвуковой режим) //Вестник Бакинского Университета, серия физико-математических наук, Баку 2015, №3, стр 117-127.

Тахир Джалил оглы Мамедов

Задача поперечным ударом по взяко упругой нити, твёрдым телом заданной форме

РЕЗЮМЕ

В разных областях современной промышленности используются материалы, обладающие кроме упругих свойств, и также вязкостными свойствами. Следовательно, есть необходимость определить физические состояния этих материалов в виде нитей при ударе по ней телом заданной форме. Представленная диссертация посвящена одному из таких вопросов, т.е. исследуется поведения гибкой вязкоупругой (модель Масвелла) нити при нормальном ударе по ней жестким клином и клином, имеющим плоскую переднюю часть с постоянной скоростью. Во всех задачах принимается, что прогибная часть нити облегает поверхность ударящего тела.

Работа состоит из введения, трех глав и заключения.

В ведении дается краткий обзор о задачах, посвященных о удару твердым телом по гибкой нити.

В главе I приводятся необходимые сведения из теории поперечного удара по гибкий нитям. Здесь выводятся все уравнения движения нити в области за и перед волной сильного разрыва. Приведены условия на волне сильного разрыва, условия разрушения (обрыва) нити и условия в точке удара.

Глава II посвящена задачам о нормальном ударе клином по линейно-вязкоупругой нити (модель Максвелла). Задачи решены при сверхзвуковом и дозвуковом режиме движения, до обрыва и после обрыва нити.

Глава III посвящена задачам о нормальном ударе клином, имеющим плоскую переднюю часть с постоянной скоростью. Здесь также рассматриваются случай сверхзвукового и дозвукового режимов движения. Исследуются поведения упругой и вязко упругой нити после её обрыва. В заключении излагается краткое обсуждение итогов исследования и приводятся выводы.

Tahir Calil oglu Mamedov

SUMMARY

In many fields of modern industry, materials having elastic as well as viscous properties are used. Hence, there is a necessity to define physical conditions of these materials in the form of fibers at a blow on it with a body of a specified form. The given thesis is dedicated to one of such questions, i.e. there is studied a behavior of a viscous-elastic fiber (Maxwell's model) at a normal blow on it with a rigid wedge and a wedge with a flat front part and constant velocity.

In all problems, it is accepted that a flexure part of the fiber clings the surface of the striking body.The thesis consists of an introduction, three chapters and a conclusion.

In the introduction, a brief survey of the problems dedicated to the blow on the torsion fiber with a solid body is given.

In the Chapter I, necessary information from the theory of transverse impact on torsion fibers is given. Herein all equations of the fiber movement within, behind and in front of the strong discontinuity wave are deduced, and the conditions on the strong discontinuity wave, the conditions of fiber break and the conditions in the point of blow are given.

The Chapter II is dedicated to the problems of a normal blow with a wedge on a linear viscous-elastic fiber (Maxwell's model). The problems are solved at supersonic and subsonic regimes of movement, before and after the fiber break.

The Chapter III is dedicated to the problems of a normal blow with a wedge having a flat front part with constant velocity. Herein, also cases of supersonic and subsonic regimes of movement are considered. The behavior of elastic and viscous-elastic fiber after its break is studied.

In the conclusion, a brief discussion of the results of research and the deductions about it are given.

Министерство Образования Азербайджанской Республики

Бакинский Государственный Университет

На правах рукописи

ТАХИР ДЖАЛИЛ оглы МАМЕДОВ

ЗАДАЧА ПОПЕРЕЧНЫМ УДАРОМ ПО ВЗЯКО УПРУГОЙ НИТИ, ТВЁРДЫМ ТЕЛОМ ЗАДАННОЙ ФОРМЕ

2002.01- Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

Диссертации на соискание ученой степени доктора философии по математике

Б А К У – 2 0 1 6